This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

72146
A T

ORBITES HYPERBOLIQUES

ET

RÉFRACTION STELLAIRE

Digitized by Google

Digitized by Google

ÉTUDE

SUR LES

ORBITES HYPERBOLIQUES

ET SUR

L'EXISTENCE PROBABLE

D'UNE

RÉFRACTION STELLAIRE

PAR

Philippe BRETON

Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées en retraite,
Chevalier de la Légion d'honneur.

PARIS
LIBRAIRIE MATHÉMATIQUE DE GAUTHIER-VILLARS
Quai des Grands-Augustins, 55.

1880

Digitized by Google

PRESERVATION MASTER
AT HARVARD

(Extrait du Bulletin de la Société de Statistique de l'Isère.)

Digitized by Google

ÉTUDE

SUR LES

ORBITES HYPERBOLIQUES

ET SUR

L'EXISTENCE PROBABLE

D'UNE

RÉFRACTION STELLAIRE

PAR

Philippe BRETON.

AVERTISSEMENT.

Ce mémoire a été rédigé au mois de décembre 1871, pour être présenté à la session extraordinaire de l'Association scientifique de France, qui eut lieu au printemps suivant à Montpellier, sous la présidence de M. Le Verrier. Une copie du mémoire doit être demeurée aux archives de cette Société, parce que le projet, qui était annoncé, de publier en un volume les communications faites à cette session de ladite Société, demeura à l'état de projet. Depuis cette époque j'ai eu l'occasion d'apporter au même mémoire quelques retouches, et même d'y ajouter de nouveaux arguments développés dans les notes deuxième et troisième; tel fut l'objet de la communication que j'ai faite

Digitized by Google

à notre Société de Statistique de l'Isère, dans la séance du 28 juillet 1879. A cette occasion j'empruntai aux archives de notre dite Société un mémoire sur le même sujet, que je lui avait présenté dans ses séances des 17 mars et 15 mai 1862, et qui était demeuré inédit, avec raison à mon avis, car sa rédaction était vraiment par trop diffuse. Toutefois j'en ai extrait quelques arguments, que j'ai refondus dans le présent travail. Cet ancien mémoire devra donc, à mon avis, demeurer inédit dans nos archives, pour être exhibé au besoin dans le cas où quelque discussion de priorité viendrait par la suite à être soulevée.

PRÉAMBULE.

1. Opportunité de cette étude. — Soit qu'un bolide circule depuis des siècles dans le système solaire, soit qu'il arrive des profondeurs du ciel pour entrer dans ce système, s'il vient à traverser la sphère mobile où l'attraction terrestre est très prédominante (ou ce que je nommerai pour abréger l'*Empire terrestre)*, son orbite rapportée à la Terre considérée comme fixe sera presque purement géobarique dans le voisinage de notre planète. Et alors l'orbite géobarique pure sera toujours une hyperbole; puis le bolide, étant ressorti de l'empire terrestre, décrira dans l'empire solaire une nouvelle orbite, qui pourra être quelquefois elliptique, surtout si le bolide pénètre dans l'empire terrestre mobile en marchant au-devant de lui. Dans ce cas, en effet, la vitesse relative du bolide rapportée à la Terre considérée comme fixe, prise à l'entrée du bolide dans l'empire terrestre, peut approcher de la somme des

Digitized by Google

vitesses héliocentriques du bolide lui-même et de la Terre, somme qui, pour les orbites géobariques, dépasse de beaucoup la vitesse parabolique relative à l'empire solaire. Cette remarque s'applique à plusieurs Essaims d'étoiles filantes, car leurs points radiants se lèvent vers minuit à l'époque du passage de ces Essaims. Si d'autres Essaims pénètrent dans l'empire terrestre en sens contraire, en l'atteignant par derrière, leur vitesse relative d'entrée pourra se réduire presque à la différence des deux vitesses de la Terre et de l'Essaim rapportées au Soleil. Alors les bolides qui deviendront incandescents en effleurant notre atmosphère, divergeront de points radiants qui se coucheront vers minuit dans la saison de l'apparition.

Dans l'un et l'autre cas, il faut connaître les propriétés des orbites hyperboliques, si l'on veut se rendre compte des mouvements des bolides dans l'empire solaire, avant et après leur passage au travers de l'empire terrestre enclavé dans l'empire solaire. Il sera donc peut-être intéressant de faire connaître quelques propriétés remarquables des orbites hyperboliques, dont la plupart sont applicables à une des questions à l'ordre du siècle, sinon à l'ordre du jour. Toutefois il faut ici se rappeler que tout chercheur qui manque d'érudition est exposé à trouver des choses déjà connues ; je ne saurais donc rien affirmer sur la nouveauté de ce que j'ai trouvé. Et lors même que j'aurais eu la chance de trouver des choses neuves et intéressantes, il serait presque sûr que d'autres chercheurs couvaient en secret les mêmes idées, en même temps que moi. Cette simultanéité de recherches silencieuses est la conséquence presque inévitable de la vérité des découvertes. Il en est tout autrement des idées fausses, car, si la vérité est une, l'erreur est au contraire indéfiniment multiple.

Digitized by Google

CHAPITRE Ier.

Relations entre les éléments d'une orbite hyperbolique.

---

2. Nomenclature et notation. — Je nomme :

α la *demi-amplitude* d'une hyperbole, ou l'angle aigu d'une asymptote avec l'axe focal, ou la moitié de la courbure totale de chaque branche de l'hyperbole;

p la *distance périhélie* (ou distance périgée s'il s'agit d'une orbite géobarique), distance d'un foyer de l'hyperbole au sommet le plus voisin;

D la *distance à l'asymptote*, perpendiculaire abaissée d'un foyer sur une asymptote;

V la *vitesse périhélie* (ou vitesse périgée dans une orbite géobarique), vitesse d'un point qui pèse vers le foyer suivant la loi de Newton, à l'instant de son passage par le périhélie de l'orbite hyperbolique;

v la *vitesse à l'asymptote* du même point pesant, lorsqu'à une distance infinie du foyer attractif il se meut uniformément sur l'asymptote;

A *demi-axe focal*, distance du centre de l'hyperbole au périhélie;

a *rayon d'une orbite circulaire* (ou demi-axe focal d'une orbite elliptique) pour un point pesant qui parcourt en entier cette orbite dans l'unité de

Digitized by Google

temps. (Pour les orbites héliobariques, a désignera le grand $\frac{1}{2}$ axe de l'orbite terrestre, en prenant l'année sidérale pour unité de temps.)

3. Propriété géométrique des hyperboles. — La nécessité de considérer les distances p et D m'a conduit à reconnaître une relation très-simple entre ces longueurs et l'amplitude. Je ne sais si cette propriété est nouvelle ou déjà connue. Elle est fondée sur ce que, dans un arc de cercle, la droite qui joint une extrémité de l'arc à son sommet fait avec la corde un angle égal au quart de l'angle au centre sous-tendu par l'arc entier; par conséquent le rapport de la flèche d'un arc de cercle à sa demi-corde est la tangente du quart de l'angle au centre. Le lecteur peut, au besoin, appliquer cette propriété à l'hyperbole, à l'aide de la figure 1re. On obtient ainsi l'équation

$$(1) \qquad \frac{p}{D} = tang. \frac{1}{2} \alpha.$$

C'est-à-dire que « le rapport entre la distance périhélie « et la distance à l'asymptote est la tangente trigonométri- « que du quart de l'amplitude de l'hyperbole. »

4. Propriété tirée de la loi des aires. — A l'instant du passage au périhélie, le vecteur décrit, par unité de temps, une aire dont le double est le produit de ce vecteur et de la vitesse périhélie; et quand le même point pesant est en mouvement uniforme sur l'asymptote de son orbite, le vecteur, quoique infini, décrit une aire finie dans chaque unité de temps : cette aire est un triangle qui a pour base la vitesse à l'asymptote, et pour hauteur la distance du foyer à cette asymptote. Elle équivaut, suivant la première loi de Kepler, à celle décrite par unité de temps

Digitized by Google

lors du passage au périhélie. Donc, « le produit de la « distance périhélie et de la vitesse périhélie est égal à ce- « lui de la distance à l'asymptote et de la vitesse à l'a- « symptote, » ce qui s'exprime par l'équation

$$(2) \qquad V p = v D.$$

5. Propriété des carrés des vitesses. — Lorsqu'un point pesant se meut en obéissant à l'attraction d'un point fixe en raison inverse du carré du rayon vecteur, on sait que le carré de la vitesse du mobile se compose de deux termes, dont l'un, toujours positif, est variable en raison inverse du vecteur; tandis que l'autre, qui est la constante d'intégration, peut être négatif, nul ou positif.

Dans le premier cas, le terme constant négatif peut prendre le nom de *déficit elliptique*, car l'orbite est alors une ellipse dont l'axe focal entier est en raison inverse de la racine carrée de la grandeur absolue de cette constante, parce que la vitesse est nulle à une distance du foyer attractif inverse de la racine carrée de cette constante; si le mobile est placé sans vitesse initiale à cette distance du foyer, l'orbite devient une ellipse réduite à son grand axe doublé sur lui-même.

Dans le second cas, où la constante d'intégration est nulle, la vitesse est nulle à une distance infinie, et l'orbite prend la forme parabolique, limite commune des ellipses et des hyperboles. Ainsi « le terme variable et positif du « carré de la vitesse représente le carré de la vitesse « parabolique. » Pour toute vitesse plus grande que la vitesse parabolique, la constante d'intégration est positive, et on peut la nommer *excès hyperbolique*.

Dans le troisième cas, en effet, la distance croît sans limite, sans que la vitesse se réduise à zéro; car il reste, pour représenter le carré de la vitesse à l'infini, la cons-

Digitized by Google

tante positive d'intégration. Il faut alors, pour satisfaire à la loi des aires, que la distance du foyer à la tangente à l'infini ne soit pas infinie comme dans la parabole, mais qu'elle ait une valeur finie D, pour que le produit vD ait la même valeur que celui de la vitesse en tout autre point de l'orbite par la distance du foyer à la tangente en ce point de l'orbite.

D'autre part, un point pesant qui décrit dans l'unité de temps une orbite circulaire de rayon a reçoit, dans la même unité de temps, une accélération vers le centre qui, si elle agissait seule pendant tout ce temps sur un point sans vitesse initiale, en conservant la même intensité qu'elle possède à la distance a, imprimerait à ce point une vitesse $4\pi^2 a$. Donc, si une comète décrit une hyperbole héliobarique, on a, avec la notation ci-dessus :

$$V^2 = v^2 + \frac{8\pi^2 a^3}{p}; \tag{3}$$

C'est-à-dire que, en prenant suivant l'usage nécessaire le grand $\frac{1}{2}$ axe de l'orbite terrestre pour unité linéaire, et en prenant en outre l'année sidérale pour unité de temps, « le « carré de la vitesse périhélie d'une comète à orbite « hyperbolique est égal au carré de la vitesse à l'asym- « ptote plus un terme égal à $8\pi^2$ ou à 78,9568 divisé par « la distance périhélie. »

6. Digression sur les orbites de répulsion. — (Il n'est pas impossible que certains problèmes de mécanique moléculaire demandent l'étude du mouvement d'un point *repoussé* par un point fixe en raison inverse du carré de la distance. On trouve alors pour orbite une conique dont le point fixe occupe un foyer, aussi bien que dans le cas de l'attraction. La loi des aires subsiste. Mais le carré de la vitesse comprend alors un terme variable *négatif*, en rai-

Digitized by Google

son inverse du vecteur ; il faut donc que la constante d'intégration soit positive pour que le carré de la vitesse soit positif. Ainsi le terme constant, essentiellement positif dans le cas de la répulsion, représente le carré de la vitesse à l'infini. Il faut donc que l'orbite aille à l'infini, et que sa tangente à l'infini passe à une distance finie du foyer répulsif, pour satisfaire à la loi des aires. L'orbite répulsive est donc toujours une hyperbole; mais cette orbite n'est plus la branche dans l'intérieur de laquelle se trouve le foyer des forces, comme dans le cas de l'attraction ; c'est l'autre branche de l'hyperbole, ou celle qui tourne sa convexité vers le foyer répulsif).

7. Calcul de la vitesse a l'asymptote de 14 comètes du catalogue d'Encke. — Revenons à l'attraction Newtonnienne. Au moyen des 3 équations ci-dessus entre les 5 quantités α, p, D, V et v, on peut déterminer 3 de ces quantités en fonctions des deux autres. De là résultent 10 problèmes à 3 inconnues, parmi lesquels un seul conduit à des équations du 3me degré d'une solution incommode. Les 9 autres problèmes ne présentent aucune difficulté. Voir ci-contre le tableau des solutions des 10 problèmes. Je signalerai notamment celui où les données sont la $\frac{1}{2}$ amplitude α et la distance périhélie p, parce que le catalogue Olbers-Encke donne 14 orbites cométaires à l'excentricité > 1, c.-à-d. 14 orbites hyperboliques, où cette excentricité insérée dans le catalogue est la sécante de la $\frac{1}{2}$ amplitude α. Le catalogue donnant aussi la distance périhélie p, les formules (1) (2) et (3) donnent, par une élimination facile, l'expression de la vitesse à l'asymptote.

$$(4) \qquad v = 2\sqrt{2}\,\pi a \sqrt{\frac{a}{p}} \cdot \frac{\sin.\ \frac{1}{2}\alpha}{\sqrt{\cos\alpha}}.$$

Digitized by Google

Digitized by Google

Tabl nnées.

NUMÉROS.	DONNÉES	
1	p, D.	.
2	p, V.	$\frac{8\pi^2 a^3}{p}$.
3	p, r.	$\sqrt{\frac{8\pi^2 a^3}{p}}$.
4	p, α.	$\frac{\sin.\frac{1}{2}\alpha}{\sqrt{\cos\alpha}}$.
5	D. V.	
6	D, r.	$\sqrt{16\pi^4 a^6 + v^4 D^2}$.
7	D, α.	$\frac{\sin.\frac{1}{2}\alpha}{\cos\alpha.\ tg.\frac{1}{2}\alpha}$.
8	V, v.	$\frac{v}{V}$ . .
9	V, α.	α.
10	v, α.	$\frac{}{2}\alpha$.

Digitized by Google

8. Relation entre l'axe focal et la vitesse a l'Asymptote. — En se reportant à la figure qui sert à démontrer l'équation (1), on voit que « la distance du foyer d'une « hyperbole à son asymptote est égale au $\frac{1}{2}$ axe focal mul- « tiplié par la tangente de la $\frac{1}{2}$ amplitude » ce qui s'écrit ainsi :

$$D = A \, tang. \, \alpha. \tag{5}$$

En remplaçant ici D par sa valeur tirée de (1), on a une relation entre A, p, α, et les vitesses V et v; et si on élimine p entre celle-ci et (3), on obtient cette relation d'où α et V disparaissent aussi :

$$Av^2 = 4 \pi^2 a^3. \tag{6}$$

Donc, « si plusieurs comètes aux orbites hyperboliques « ont même vitesse v à l'asymptote, leurs axes focaux 2A « sont égaux. » Et comme d'autre part la distance du centre au foyer projetée sur une asymptote est égale au $\frac{1}{2}$ axe focal, on voit que, « si plusieurs orbites héliobariques « sont des hyperboles qui ont leurs premières asymptotes « parallèles, avec des vitesses à cette asymptote égales, les « centres de ces hyperboles sont rangés sur un même plan « perpendiculaire à ces premières asymptotes. Ce plan « passe à une distance du foyer commun égale à la longueur « du $\frac{1}{2}$ axe focal commune à toutes ces hyberboles. »

Digitized by Google

CHAPITRE II.

Système des orbites hyperboliques des particules d'une Comète sans vitesse initiale absolue.

---

9. Gerbe d'orbites hyperboliques. — Ces lois des orbites hyperboliques jettent quelque lumière sur les mouvements des diverses parties d'une comète qui, venant des profondeurs du ciel, pénètre dans le système solaire, et aussi sur celles qui, en voyageant dans l'intérieur du système solaire, rencontrent sur leur passage l'empire local d'une planète enclavé dans l'empire du Soleil. Dans cette recherche nous attribuons aux particules pesantes de la comète des masses très-petites, sans actions sensibles entre elles, de sorte que chacune de ces particules décrit son orbite héliobarique (et même géobarique), indépendamment des orbites des autres particules, avec lesquelles elle voyage de conserve jusqu'à ce que ces orbites indépendantes se mettent à diverger.

Ainsi, pour prendre d'abord le cas le plus simple, nous supposerons le Soleil en mouvement uniforme sur une trajectoire rectiligne inconnue, et nous considérerons, près de cette trajectoire, infiniment loin en avant, une multitude de points pesants sans vitesse initiale : dès lors, quoique les distances de ces points au Soleil soient encore infinies, ils ont déjà tous une vitesse finie relative au Soleil, égale parallèle et contraire à la vitesse de translation du Soleil. Leurs orbites héliobariques sont des hyperboles dont les

Digitized by Google

plans concourent le long de la trajectoire du Soleil; celle-ci marque sur la sphère céleste héliocentrique le point radiant de ces petits corps; les premières asymptotes de de ces hyperboles héliobariques sont parallèles entre elles, puisqu'elles le sont à la trajectoire solaire; et dans ce faisceau d'orbites les vitesses à l'asymptote sont égales entre elles et à la vitesse de translation du Soleil. Rabattons maintenant toutes ces hyperboles sur le plan de l'une d'elles, autour de l'intersection commune de ces plans comme charnière. Nous obtiendrons ainsi un système d'hyperboles que je nommerai *Gerbe d'Orbites hyperboliques*, pour rappeler la configuration de leur ensemble. Peut-être pensera-t-on (?) que la nouveauté du sujet demande que cette Gerbe soit *dessinée:* c'est ce que j'ai fait dans la figure 2, et voici les détails nécessaires pour exécuter ce dessin avec toute la correction qu'on jugera utile.

S, Soleil en mouvement sur la trajectoire ST avec la vitesse uniforme $+ v$.

SO, longueur commune A des $\frac{1}{2}$ axes focaux des hyperboles de la Gerbe, mesurée sur la trajectoire, à rebours de v, ou en amont du Soleil.

OB, perpendiculaire à la trajectoire solaire, lieu des centres des hyperboles.

AC, parallèle à la trajectoire, première asymptote d'une des hyberboles (numérotée 5 dans la figure 2), coupant OB au centre C de cette hyberpole. Une particule de la comète entre dans le système solaire par cette première asymptote avec la vitesse héliocentrique $- v$.

$SCA = \alpha = SCA'$, demi-amplitude. $ACA' = 2\alpha$, amplitude de l'orbite hyperbolique numéro 5.

CA', deuxième asymptote de l'hyperbole, par laquelle la particule de comète s'échappera du système solaire, avec une vitesse de sortie héliocentrique égale en grandeur à v.

$CP = OS$, dirigée suivant CS, demi-axe A de l'hyperbole.

Digitized by Google

P est le périhélie de cette orbite hyperbolique. La branche située dans l'angle ACA′ fait seule fonction d'orbite. L'autre branche, ponctuée dans la figure, n'a qu'une existence purement géométrique, car elle est mécaniquement inaccessible au point matériel qui pèse vers le foyer S; de même que la première branche, à son tour, est mécaniquement inaccessible à un point matériel qui décrit la deuxième branche, en obéissant à une répulsion émanée du foyer S. Le sommet P′ de cette seconde branche n'est point un aphélie, les orbites elliptiques ayant seules des aphélies. (Je crois me souvenir que M. Schiaparelli a fait erreur sur cé point, en parlant des aphélies des orbites cométaires hyperboliques ?)

SQ = OC = D, perpendiculaire à AC, distance à l'asymptote.

SP = p, distance périhélie.

SPR, branche de conchoïde dont S est le pole et OB la base, avec rebroussement en S, lieu des périhélies P.

S′P′R′, seconde branche de la même conchoïde, ayant en S′ un rayon de courbure = 4A, lieu des sommets P′ des deuxièmes branches des hyperboles de la Gerbe.

S′E, parabole ayant son sommet en S′, sur la trajectoire solaire, à une distance SS′ du soleil égale à l'axe focal 2A des hyperboles de la série, et son foyer en S ; courbe-enveloppe des deuxièmes branches des hyperboles de la Gerbe.

Pour prouver que la parabole S′E est la courbe-enveloppe des deuxièmes branches, on peut se servir d'un théorème très-facile à démontrer géométriquement, à l'aide de la somme ou de la différence des vecteurs des coniques ; ce théorème s'énonce ainsi : « Une série de coniques si-
« tuées dans un plan, qui ont un point commun A, un
« foyer commun F et des axes focaux égaux à $2a$, a pour
« enveloppe une conique dont les foyers sont F et A, et

Digitized by Google

« dont l'axe focal $2a'$ est égal à $4a$ moins la distance FA ; « les centres des coniques ainsi enveloppées sont rangés « sur un cercle centré au milieu O de la distance A F, et « dont le diamètre est la différence entre la longueur A F « et l'axe focal donné $2a$. » Notre Gerbe d'hyperboles héliobariques est un cas particulier d'un tel système de coniques, dans lequel on a envoyé à l'infini le point commun A. (Voir la 1re note page 77 et la figure 6, planche I.)

Cette parabole est osculatrice en S′ de la branche de conchoïde lieu des sommets des deuxièmes branches des hyperboles.

On peut encore appeler l'attention du dessinateur sur deux courbes dont le tracé correct peut aider à la pureté du dessin, savoir :

GIH, courbe-enveloppe des deuxièmes asymptotes des hyperboles de la Gerbe, ayant en G un rebroussement qui touche SO en son milieu ; cette courbe touche OB en I à une distance OI = OS. Le point I est le centre de l'hyperbole équilatère qui fait partie de la Gerbe ;

SK, lieu des centres de courbure des sommets des premières branches des hyperboles. Pour construire un de ces centres, je renvoie à la figure 1re, la figure 2 étant déjà trop chargée. Ainsi, par le point A (figure 1re), on mène une perpendiculaire à CA, coupant l'axe focal en Ω, centre de courbure du sommet P de l'hyperbole et rebroussement de la développée. Le cercle osculateur en P, dessiné légèrement au crayon, facilitera notablement le dessin de l'hyperbole avec laquelle il a un *contact quadriponctuel*, et avec laquelle il se confond dans l'épaisseur du trait, assez loin du sommet ; en sorte que, même dans un dessin très-pur, on peut tracer au compas un arc assez étendu de ce cercle osculateur, pour tenir lieu d'un arc considérable de l'hyperbole.

Digitized by Google

10. Application de la gerbe a l'expansion des queues des comètes. — La figure 2 présente 14 hyperboles de la Gerbe, où la distance du Soleil à la première asymptote varie uniformément, par huitièmes du $\frac{1}{2}$ axe focal, depuis 1 huitième jusqu'à 14 huitièmes. En jetant sur ces courbes un coup d'œil d'ensemble, on se fait facilement une idée assez nette de la configuration de la Gerbe étendue indéfiniment. Pour les plus petites valeurs de D, les hyperboles sont très-aiguës, et leur courbure totale, peu inférieure à deux angles droits, est presque toute accumulée près du périhélie. Lorsque D devient égale au $\frac{1}{2}$ axe A, l'hyperbole devient équilatère et sa deuxième asymptote est couchée sur la droite OB lieu des centres. Pour des valeurs de D croissantes au-delà de A, les hyperboles deviennent de plus en plus obtuses, et ce n'est que pour une distance D infinie que l'amplitude devient égale à deux angles droits et que la courbure de l'hyperbole s'évanouit.

On voit aussi que les périhélies sont d'abord très serrés près du Soleil, puis ils s'écartent les uns des autres en s'éloignant du Soleil. Les hyperboles pour lesquelles D varie par différences égales sont d'abord, très-loin en avant du soleil, à peu près équidistantes ; puis elles se serrent en approchant des périhélies, et ce resserrement porte surtout sur les hyperboles les plus aiguës et sur les moindres distances périhélies.

Si l'on veut trouver les points où chacune de ces hyperboles est le plus voisine de celle qui la précède et de celle qui la suit dans la série, on obtient une approximation très serrée, en menant par le centre de courbure du sommet d'une des hyperboles H, une tangente à la courbe lieu de ces centres ; cette tangente rencontre l'hyperbole H assez près du sommet pour qu'au point de rencontre la courbe soit encore presque confondue avec le cercle osculateur

Digitized by Google

du sommet. Si on voulait trouver plus exactement les points où les hyperboles sont le plus serrées entre elles, il faudrait tracer les développées de ces hyperboles, puis la courbe-enveloppe de ces développées, et par le point où la développée de l'hyperbole H touche cette enveloppe, mener la tangente commune à cette développée et à son enveloppe : cette tangente couperait normalement H au point précis où elle passe le plus près possible des deux hyperboles infiniment voisines dont elle est précédée et suivie dans la Gerbe. Ce ne serait là qu'un luxe d'exactitude, peu utile pour l'objet de cette étude. Il suffit de reconnaître que les points de resserrement se placent un peu avant les périhélies.

Si les particules pesantes et mutuellement indépendantes composant une comète sans vitesse initiale étaient situées primitivement à des distances de la trajectoire solaire inégales entre elles, mais toutes très-petites, ces particules, en suivant chacune son orbite indépendante, se resserreront donc en s'approchant du Soleil, et il en résultera une condensation apparente qui atteindra son maximum dans les plans des orbites un peu avant les passages des particules par leurs périhélies respectifs. Passé ce point de resserrement, les hyperboles de la Gerbe commencent à diverger, dans chaque plan contenant une Gerbe.

En considérant les bras (je nomme, comme M. de la Gournerie, *bras infini* d'une courbe, l'arc de cette courbe qui va toucher une asymptote à l'infini. Ainsi une hyperbole a quatre bras, deux pour chaque branche, et chaque asymptote touche deux bras à l'infini, sans quoi la perspective de la courbe aurait un point d'arrêt au point de fuite de l'asymptote) des hyperboles qui succèdent aux périhélies pour aller toucher les secondes asymptotes à l'infini, on remarque une divergence rapide des hyperboles les plus aiguës. Cette divergence diminue à mesure que

Digitized by Google

l'angle des deux asymptotes s'ouvre de plus en plus, mais elle subsiste encore un peu même pour les hyperboles les plus obtuses. Si maintenant on remarque que les comètes visibles ont des distances périhélies généralement inférieures ou peu supérieures au rayon de l'orbite terrestre, et qu'en outre on n'en a jamais observé dont l'orbite héliobarique fût très hyperbolique, à tel point que les traités d'astronomie destinés à l'enseignement en sont encore à croire que les orbites cométaires observées sont toutes sensiblement paraboliques, c'est-à-dire sensiblement confondues avec des hyperboles infiniment aiguës ; si l'on remarque de plus que les plus grandes amplitudes d'hyperboles déduites des données du catalogue Olbers-Encke s'élèvent à peine à 10 degrés ; et si enfin on admet comme hautement probable que les comètes ont une origine étrangère au système solaire, on doit reconnaître que la divergence des orbites de la Gerbe, après les passages des particules pesantes aux périhélies, doit entrer pour une part considérable dans le développement des queues des comètes.

Il doit être bien entendu que cette cause d'expansion, due au jeu de la gravitation seule, n'est pas toujours la seule cause du développement des queues. Ainsi, même sans parler de la force répulsive attribuée par quelques savants aux corps incandescents, il est sûr que certaines comètes, en passant très-près du Soleil à leur périhélie, peuvent en recevoir une chaleur intense, capable de déterminer des dilatations, des réactions chimiques quelconques, des vaporisations des parties solides ; ces actions intérieures ne peuvent pas changer, pendant qu'elles se produisent, le mouvement du centre de gravité de la comète ; il y a donc nécessairement des particules qui prennent alors un mouvement plus rapide que celui du centre de gravité, et d'autres particules dont la vitesse se

Digitized by Google

trouve ralentie. Ainsi, à la suite d'un grand échauffement qui aura déterminé des dilatations violentes, les particules pesantes d'une comète auront leurs orbites plus divergentes qu'elles ne seraient par le seul effet de la gravitation. La chaleur solaire peut ainsi entrer pour une part dans le développement des queues des comètes, parce qu'elle fait diverger davantage les orbites indépendantes décrites par chacune des particules pesantes.

CHAPITRE III.

De la Réfraction stellaire.

11. Dissémination illimitée des particules des comètes. — Suivant John Herschel, on a peine à concevoir comment les parties d'une comète qui s'écartent du noyau sous la forme de ces immenses appendices qu'on appelle leurs queues, peuvent rejoindre par la suite le noyau de la comète : la réponse à cette difficulté me paraît assez naturelle. C'est que les queues ne rejoignent point du tout le noyau, et les particules pesantes qui s'en vont ainsi séparées continuent leurs mouvements divergents suivant leurs orbites respectives indépendantes les unes des autres. A cet égard il y a lieu de faire une distinction entre les particules des queues, suivant leur état gazeux ou solide, sous le rapport de la résistance du milieu.

Les parties d'une comète qui sont des pierres plus ou moins grosses, et qui s'écartent du noyau le long de la

Digitized by Google

queue jusqu'au bout de cet appendice, peuvent voyager longtemps dans le ciel et s'échapper du système solaire suivant les deuxièmes asymptotes de leurs orbites héliobariques indépendantes. Ces petits corps peuvent, dans la suite des temps, pénétrer dans les empires de diverses étoiles, soit par exemple dans l'empire d'Arcturus ou dans celui de Sirius; dans ces cas, la deuxième asymptote de l'orbite héliobarique d'un astéroïde sorti de notre système devient la première asymptote d'une orbite arcturobarique ou siriobarique. Et de même les aérolithes sporadiques qui pénètrent au hasard dans notre atmosphère ont pu arriver dans l'empire du Soleil par une première asymptote d'une orbite héliobarique, coïncidant avec la deuxième asymptote de quelque orbite arcturobarique ou siriobarique.

12. Formation d'une grande atmosphère circumsolaire. — Mais, quoique l'étude des étoiles filantes ait prouvé que ces petits corps solides sont, en général, des débris disséminés de comètes, plusieurs astronomes pensent que quelques-uns de ces débris peuvent être à l'état de poussière impalpable, ou même à l'état de gaz ou de vapeur. Il suffit d'ailleurs que quelques comètes se fassent vaporiser au périhélie, pour qu'il y ait des vapeurs pesantes dans leurs queues. Or si les atomes pesants d'un gaz décrivent, autour du Soleil comme foyer, des orbites indépendantes divergentes, la densité du gaz doit s'abaisser au-dessous de la limite où la pression est nulle, après quoi le volume dans lequel les atomes gazeux se disséminent continue de croître. Ce volume croîtrait sans limite si les atomes gazeux se mouvaient dans un espace vraiment vide et sans résistance. Car alors ces atomes conserveraient indéfiniment leur vitesse réglée par l'action de la pesanteur vers le soleil toute seule, et se dissémineraient indéfiniment

Digitized by Google

dans la profondeur du ciel, suivant les deuxièmes asymptotes des orbites hyperboliques.

Mais la réalité du milieu éthéré est depuis longtemps hors de doute. Il est vrai que quelques physiciens en sont encore à distinguer la matière et l'éther, comme si cet éther était quelque chose d'immatériel ; mais il me semble qu'il y a là une contradiction manifeste. Car d'une part l'éther, dont les ondulations propagent la chaleur rayonnante, ne s'ébranle, sous l'action des corps chauds qu'en entrant avec eux en partage de leur force vive moléculaire, puisque ces corps chauds se refroidissent de toute la chaleur qu'ils rayonnent autour d'eux ; or le partage de mouvement constitue précisément la résistance des milieux. D'autre part, quand une série d'ondes caloriques rencontre sur son passage un groupe d'atomes pesants formant un corps imparfaitement transparent, ces atomes pesants entrent en partage d'agitation avec l'éther, et conservent, après le passage des ondes caloriques, une certaine quantité d'agitation moléculaire ou de chaleur statique ; et alors la quantité de chaleur rayonnante contenue dans la série d'ondes caloriques qui viennent de passer se trouve diminuée de tout l'échauffement conservé par le corps pesant. L'éther est donc bien une matière, c'est-à-dire qu'il ne peut s'ébranler en cédant à l'agitation communiquée par des corps quelconques qu'à la condition de calmer les corps agitateurs de toute la force vive qu'il en reçoit ; et lui-même, en agissant sur les corps pesants, perd toute la force vive qu'il leur transmet. C'est une matière très-peu dense et très-élastique ; mais sa densité n'est pas nulle, elle est aussi réelle que celle de l'or ou du plomb.

Peu importe que la résistance du milieu éthéré n'ait produit encore aucun effet sensible pour nos mesures grossières sur les mouvements des planètes, depuis le

Digitized by Google

petit nombre de siècles dont on possède des observations; cette résistance peut être imperceptible dans le mouvement des planètes, au moins pendant un certain nombre de siècles, et devenir sensible dans le mouvement de corps pesants beaucoup plus volumineux que les planètes, et d'une densité beaucoup moindre. Et en effet on sait que les orbites elliptiques de quelques comètes éprouvent des altérations difficiles à expliquer sans la résistance sensible d'un milieu. Et en outre cette résistance peut être faible pour le noyau d'une comète, et devenir relativement considérable pour les vapeurs pesantes, indéfiniment plus dilatées que le noyau, qui composent l'extrémité de la queue. Cette conclusion est forcée, dès qu'on reconnaît, par la théorie de la lumière et de la chaleur, que l'éther oppose une résistance réelle, quelque faible qu'elle soit, au passage des atomes pesants.

La résistance de l'éther doit donc opérer un triage entre les matériaux pesants qui composent les queues des comètes. Elle retarde très-peu les plus gros bolides, un peu plus les petits aérolithes, encore plus les sables et les poussières impalpables, et enfin les vapeurs les plus dilatées doivent rester tout à fait en arrière. Tant que leurs atomes conservent des vitesses notables le long de leurs orbites héliobariques, la divergence de ces orbites fait que ces atomes s'écartent de plus en plus les uns des autres, et doivent, pour continuer leur mouvement, ébranler à leur passage des masses croissantes d'éther. L'attraction solaire doit donc enfin devenir prédominante, et les atomes gazeux cesser de s'éloigner du Soleil quand ils sont assez disséminés. Car il suffit pour cela que la vitesse d'un atome pesant devienne moindre que la vitesse parabolique sur l'orbite héliobarique correspondante à la distance actuelle de cet atome au Soleil, pour que l'orbite, en devenant elliptique, acquière un aphélie. Aussitôt après leurs

Digitized by Google

passages par leurs aphélies, ces mêmes atomes pesants commencent à retomber lentement vers le Soleil.

Or, selon Kepler, les comètes sont aussi nombreuses dans le Ciel que les poissons dans l'Océan. Donc, depuis le temps inconnu que le Soleil dissémine les comètes qui viennent s'échauffer à leur périhélie, les débris gazeux de leurs queues, retenus par la résistance de l'éther, mêlés uniformément avec lui par le mécanisme des tourbillons, ont dû former une grande atmosphère circumsolaire, qui s'étend plus loin que les queues des comètes, peut-être au-delà des plus grandes orbites planétaires (et même au-delà des aphélies les plus éloignés des extrémités des queues des comètes périodiques).

13. Explication des parallaxes négatives de quelques étoiles. — On doit admettre que la grande atmosphère circumsolaire dont on vient de voir l'origine possède une densité surpassant très-peu celle de l'éther relativement plus pur de l'espace interstellaire. Par conséquent ce mélange d'éther avec une proportion minime de matière pesante doit propager la lumière un peu moins vite que l'éther interstellaire. Dans cette hypothèse, qui me semble tout à fait admissible, la lumière qui nous vient des étoiles doit éprouver une réfraction très-faible, lorsquelle pénètre dans la grande atmosphère circumsolaire. Un calcul très-simple, identique à celui des foyers des lentilles sphériques, montre que l'effet de cette réfraction consiste à diminuer d'une quantité constante les parallaxes annuelles que diverses étoiles devraient avoir, en raison inverse de leur distance, si la vitesse de la lumière était absolument invariable dans tout cet espace, depuis les étoiles jusqu'au voisinage du Soleil où navigue la Terre. Je nomme cette diminution apparente de parallaxe annuelle **réfraction stellaire.**

Digitized by Google

Si la réfraction stellaire existe, nommons :

r cette réfaction ;
a le grand $\frac{1}{2}$ axe de l'orbite terrestre ;
p la parallaxe vraie d'une étoile ;
p' sa parallaxe apparente $= p - r$;
x sa distance au Soleil, $= \frac{a}{p}$;
f la longueur $\frac{a}{r}$ inverse de la réfraction stellaire, longueur qui prendra le nom de *distance focale stellaire.*

Les observations de parallaxe annuelle ne peuvent donner que la parallaxe apparente p', en sorte que la distance calculée qu'on en déduit peut s'agrandir sans limite, quand la distance vraie est au-dessous de la distance focale f. Cette distance apparente x', la seule qu'on ait voulu tirer jusqu'à présent des observations, est exprimée par

$$x' = \frac{a}{p - r}$$

et elle devient infinie lorsque $p = r$, ou quand $x = f$. C'est-à-dire que, si une étoile est située exactement à la distance focale stellaire, les rayons lumineux qu'elle nous envoie passent dans le voisinage du Soleil (où la Terre se meut) en faisceau exactement parallèle. L'observation la plus parfaite doit donner, pour cette distance finie, une parallaxe apparente rigoureusement nulle.

Mais si la distance x surpasse la distance focale f, la parallaxe vraie $\frac{a}{x}$ est moindre que la réfraction r; alors, la parallaxe apparente $p' = p - r$ devient négative. En

Digitized by Google

d'autres termes, les rayons lumineux venus d'une étoile située au-delà de f passent dans le voisinage du Soleil en formant un faisceau qui, au lieu de diverger de l'étoile, converge vers le point de la sphère céleste diamétralement opposé à l'étoile. Cette opposition est représentée par le signe négatif que prend x' quand p est $< r$.

Cela est arrivé déjà plusieurs fois. Des observations bien combinées, pour mesurer la parallaxe annuelle d'une étoile, ou les sommes de parallaxes de deux étoiles différant de près de 12 heures en ascension droite, ont donné des parallaxes négatives. Et comme les résultats ainsi trouvés étaient très-petits, les observateurs paraissent n'avoir point hésité à les attribuer entièrement aux erreurs d'observations inévitables, attendu qu'une parallaxe vraie négative serait absurde *à priori*; elle supposerait, en effet, l'existence d'un triangle rectiligne où les deux angles adjacents à son plus petit côté auraient une somme plus grande que deux angles droits. Mais il est bien possible que les étoiles pour lesquelles ce résultat s'est présenté soient situées plus ou moins au-delà de la distance focale, auquel cas leur parallaxe apparente n'a qu'une très-petite valeur négative. Pour décider la question avec certitude, il faudrait observer de préférence les parallaxes de quelques étoiles très-fixes et très-peu brillantes, c'est-à-dire choisir pour objet d'observation les étoiles que leur fixité et leur peu d'éclat donnent lieu de présumer être les plus éloignées. Si, en procédant ainsi, on trouve des parallaxes négatives assez grandes, assez bien constatées et mesurées, pour qu'il soit impossible de les imputer entièrement à l'imperfection des mesures, le fait d'une réfraction stellaire sera mis hors de doute, et la plus grande parallaxe négative bien constatée sera une limite inférieure de la réfraction stellaire. Dans ce cas, on reconnaîtra que les observations de parallaxes annuelles faites précédemment

Digitized by Google

auront été quelquefois plus exactes que les observateurs eux-mêmes ne l'ont cru. Si, par exemple, tel observateur, en calculant ses propres observations d'une étoile, a trouvé que ses chiffres indiquent une parallaxe de — 0″,2, il en aura conclu que ses erreurs sont au moins de *un cinquième* de seconde; mais si par la suite on reconnaît une réfraction stellaire d'un tiers de seconde, ou de 0″,33, la parallaxe apparente trouvée égale à — 0″,2 laisse encore une parallaxe vraie positive égale à + 0″,13; et une discussion plus complète montrera peut-être que l'observation était exacte à 0″,02 près, c'est-à-dire 8 ou 10 fois plus exacte qu'on ne l'a cru.

En passant à l'infini, on voit qu'une étoile dont la distance vraie serait infinie et la parallaxe vraie tout à fait nulle aurait une parallaxe apparente négative la plus grande possible, égale en grandeur à la réfraction stellaire.

En attendant que les astronomes essaient de diriger leurs observations de parallaxes sur les étoiles probablement les plus éloignées, j'ai cherché si les mesures de parallaxes apparentes positives obtenues depuis quelques années ne pourraient pas donner dès à présent une certaine probabilité digne d'attention à l'hypothèse d'une réfraction stellaire, et même une approximation probable de cette réfraction inconnue. A cet effet, j'ai pris, dans le *Cosmos* d'Alexandre de Humboldt, sept ou huit mesures de parallaxes apparentes d'étoiles, ainsi que les mesures de leurs éclats apparents, et je cherche comment ces éclats devraient varier moyennement en fonction des parallaxes observées, pour s'accorder entre eux de la manière la plus probable. Comme rien n'indique que les éclats intrinsèques des étoiles doivent varier plus ou moins souvent dans le même sens que leur distance au Soleil qu'en sens contraire de cette distance, j'admets *provisoirement* que les

Digitized by Google

éclats des étoiles, vus d'une même distance, s'écartent peu d'une valeur moyenne. Dans cette hypothèse, les éclats apparents seraient en raison inverse des carrés des distances vraies, c'est-à-dire proportionnels aux carrés des parallaxes; donc, les racines carrées des éclats apparents seraient proportionnelles aux parallaxes vraies. Si donc on construit pour chaque étoile, sur papier quadrillé, un point dont l'abscisse représente la parallaxe observée (à l'échelle d'un décimètre pour une seconde), tandis que l'ordonnée sera proportionnelle à la racine carrée de l'éclat apparent, ces divers points devront se ranger sur une ligne presque droite. En outre, si la réfraction stellaire n'existe pas, cette ligne droite devra couper l'axe des abscisses à l'origine des coordonnées; mais s'il y a une réfraction, cette ligne droite coupera cet axe du côté des parallaxes négatives, à une distance représentant à l'échelle la valeur de la réfraction inconnue; la même ligne droite coupera l'axe des racines carrées des éclats apparents à une certaine hauteur au-dessus de l'origine représentant (suivant l'échelle adoptée pour ces racines carrées) celle de l'éclat moyen apparent des étoiles dont la parallaxe apparente est nulle, c'est-à-dire des étoiles situées à la distance focale inverse de la réfraction.

En exécutant cette figure sur papier quadrillé, il m'a semblé manifeste : 1° que les sept ou huit points figuratifs que j'ai pu obtenir paraissent, dans leur ensemble, se disposer sur une ligne inclinée dans le sens indiqué par la théorie ci-dessus ; 2° que cette ligne est à très-peu près droite dans son ensemble, mais les points qui la déterminent s'en écartent *un peu*, les uns au-dessus, les autres au-dessous, sans aucune apparence de régularité. Enfin, ayant partagé les huit points figuratifs en deux groupes, l'un formé des quatre étoiles les plus brillantes et aux plus grandes parallaxes, l'autre des quatre étoiles les moins

Digitized by Google

brillantes et aux moindres parallaxes, j'ai calculé les coordonnés des centres de gravité partiels de ces deux groupes, réuni ces deux centres partiels par une droite passant au centre de gravité général des huit points, et déterminé les intersections de cette droite avec les deux axes coordonnées : cette droite coupe l'axe des parallaxes entre 30 et 35 millimètres de distance de l'origine, du côté négatif ; elle coupe l'axe des racines des éclats apparents à une hauteur correspondant suivant l'échelle, à l'éclat des étoiles entre la 3me et la 4me grandeur. Ces résultats semblent indiquer (peut-être avec une probabilité digne d'attention ?) que la réfraction stellaire existe, que sa valeur est à très-peu près un tiers de seconde, et que les étoiles situées à la distance focale (par conséquent à 600,000 fois environ la distance de la Terre au Soleil) nous apparaissent avec l'intensité classée entre la 3me et la 4me grandeur.

On peut employer de même les grandeurs des mouvements propres des étoiles, pour explorer par une autre voie la valeur probable de la réfraction. Car si on admet que les étoiles ont des vitesses réelles du même ordre de grandeur, et si on remarque que l'étendue apparente de leur mouvement propre a une composante due à la translation du Soleil, on conçoit que les mouvements propres mesurés doivent être *moyennement* proportionnels aux parallaxes vraies. Si donc on prend encore pour abscisses les parallaxes apparentes observées et pour ordonnées les mouvements propres mesurés, les points figuratifs ainsi déterminés (un pour chaque étoile) se rangeront moyennement près d'une ligne droite, qui coupera l'axe des abscisses du côté négatif, à une distance de l'origine représentant à l'échelle la réfraction qu'il faut ajouter aux parallaxes observées, pour que les parallaxes ainsi corrigées deviennent proportionnelles aux mouvements propres. En appli-

Digitized by Google

quant cette théorie aux huit mêmes étoiles que pour les éclats apparents, je remarque que les deux groupes partiels des 4 étoiles les plus éloignées et les moins éloignées sont composés de même que les deux groupes des 4 étoiles les plus lentes et les plus rapides, ainsi que les deux groupes des 4 étoiles les moins brillantes et les plus éclatantes; enfin la droite menée par les centres de gravité partiels des deux groupes de 4 points, dans la figure relative aux mouvements propres, coupe encore l'axe des parallaxes du côté négatif, à une distance de l'origine entre 30 et 35 millimètres, représentant à l'échelle un tiers de seconde.

J'ai encore soumis ces éclats apparents et ces mouvements propres de 8 étoiles à d'autres épreuves fondées sur des considérations de probabilité; il serait trop long de consigner ici ces calculs. Je me bornerai à dire que ces diverses épreuves indiquent toutes l'existence très-probable d'une réfraction stellaire, plus grande que deux dixièmes et moindre que quatre dixièmes de seconde. Il est bien difficile d'attribuer cet accord au hasard.

Je ne sais si je me fais illusion? Peut-être sera-t-on porté à le penser, si j'avoue que j'ai commencé dès 1833 à réfléchir quelquefois à cette hypothèse de la réfraction stellaire. Cependant plus j'y ai réfléchi et plus cette hypothèse m'a semblé raisonnable et d'accord avec les faits, surtout si l'on a soin de soumettre à une critique raisonnée certains détails des opérations des observateurs.

C'est ainsi que la parallaxe apparente admise pour l'étoile 61 Cygne doit être diminuée de la moitié de la valeur qui sera définitivement admise pour la réfraction stellaire. En effet, on a d'abord déduit, de certaines observations, la preuve que l'étoile 61 Cygne a une parallaxe apparente moindre qu'une certaine limite; puis en comparant cette étoile à une autre très-voisine et très-peu brillante, on a reconnu que 61 Cygne a une *parallaxe relative*, c'est-à-

Digitized by Google

dire un excès de parallaxe, de *tant* au-dessus de celle de l'étoile de comparaison. Puis on a raisonné ainsi : cette étoile de comparaison, si peu brillante, ne peut avoir une parallaxe négative, ni même absolument nulle (ce qui n'est vrai cependant que dans l'*hypothèse* de la propagation de la lumière suivant des rayons *exactement* rectilignes) ; d'où l'on a conclu un peu vite que ce *tant*, cette parallaxe relative, était une limite inférieure de celle de 61 Cygne. Croyant alors avoir une limite inférieure et une limite supérieure de la parallaxe vraie de 61 Cygne, on a pris la moyenne entre ces deux limites comme l'évaluation la plus probable de la parallaxe de 61 Cygne. Or la parallaxe relative donnant la différence de deux parallaxes apparentes, affectées toutes les deux de la réfraction stellaire, cette parallaxe relative est la même que s'il n'y avait pas de réfraction, elle est la différence des parallaxes vraies. L'étoile de comparaison peut fort bien se trouver au-delà de la distance focale et avoir une parallaxe apparente négative, car c'est une étoile beaucoup moins brillante que 61 Cygne, laquelle l'est déjà fort peu. Si donc on connaissait la valeur de la réfraction stellaire, il faudrait la retrancher de la limite inférieure admise pour la parallaxe apparente de 61 Cygne ; par suite la demi-somme des deux limites, supérieure et inférieure de celle-ci, serait diminuée de la moitié de cette réfraction, c'est-à-dire probablement d'un sixième de seconde.

Quelque jugement que l'on porte dès à présent sur l'hypothèse de la réfraction stellaire, il me semble impossible de la rejeter absolument comme improbable ; et je ne crois pas sortir des limites de la prudence, en osant recommander aux astronomes de ne point rejeter *à priori* comme absurdes les parallaxes apparentes négatives données plusieurs fois par leurs observations. Cette recommandation est également applicable d'une part aux observations déjà

Digitized by Google

anciennes de parallaxes négatives observées, et oubliées à tort comme trop fausses, et d'autre part à toutes les observations futures. Il est plus sage de redoubler de précision dans les mesures et d'attention dans leur discussion, pour s'assurer si ces résultats sont dus seulement à des erreurs d'observation, ou bien au contraire à une cause réelle et cosmique, telle que la grande atmosphère circumsolaire résultant du mélange de l'éther circumsolaire avec les débris disséminés de la partie gazeuse des queues des Comètes.

CHAPITRE IV.

Système des orbites des particules d'une même comète, avec vitesse initiale quelconque.

14. Explication de l'ellipticité de quelques orbites de comètes. — La cosmogonie de Laplace bien comprise s'accorde bien, ce me semble, avec l'hypothèse qui attribue à toutes les comètes une origine étrangère au système solaire, pourvu que l'on puisse trouver une voie de transformation des orbites héliobariques d'hyperbole en ellipse : or on peut indiquer facilement deux voies distinctes d'une telle transformation.

D'abord si une comète, entrée dans le système solaire suivant un bras d'hyperbole héliobarique, rencontre en son chemin l'empire local d'une planète, soit par exemple l'empire de Jupiter, elle traverse les couches centrales de cet

Digitized by Google

empire (enclavé dans celui du Soleil) suivant une hyperbole diobarique, et en ressort, pour rentrer dans l'empire solaire, avec une vitesse qui, rapportée à Jupiter comme fixe, serait égale en grandeur à la vitesse d'entrée dans l'empire de Jupiter; il faut alors composer cette vitesse relative de sortie avec la vitesse propre de Jupiter rapportée au Soleil, pour avoir la vitesse de la comète relative au Soleil, lorsqu'elle repasse la frontière de l'empire de Jupiter et rentre sous la domination prépondérante de l'attraction solaire. Si donc la comète ressort de l'empire de Jupiter avec un mouvement rétrograde, sa vitesse relative au Soleil peut être diminuée presque de toute celle de Jupiter, et tomber ainsi au-dessous de la vitesse parabolique. Par la suite cette comète va donc décrire une ellipse héliobarique (1).

---

(1) Pour rendre hommage à la vérité, je dois reconnaître que cette transformation d'ellipse en hyperbole est due à M. Le Verrier. Car, dans l'automne de 1860, j'appris, en causant avec M. Paul Breton (de Champ) mon cousin, que M. Le Verrier avait trouvé que les comètes périodiques, malgré la forme elliptique de leurs orbites, étaient étrangères au système solaire; qu'elles étaient entrées dans ce système par des orbites hyperboliques, mais qu'elles avaient passé dans le voisinage de quelque grosse planète; que les comètes étrangères, ainsi recrutées par quelque planète, devaient, dans la suite des temps, éprouver de la même planète une action contraire, qui rendrait à l'orbite cométaire une forme hyperbolique, suivant laquelle la comète s'échapperait pour toujours du système solaire. Je sus par cette conversation que, dès 1860 (et peut-être avant), M. Le Verrier avait entrepris de déterminer, pour le passé de chaque comète périodique, la planète qui a opéré cette sorte de recrutement, ainsi que le lieu et l'époque de cette opération, et pour l'avenir le lieu et l'époque de l'expulsion de la comète hors du système solaire. Et comme j'étais, dès 1850, en possession de mes formules relatives aux orbites hyperboliques, il me fut bien facile de préciser quelque peu le mode de recrutement que M. Le Verrier avait découvert.

Digitized by Google

En second lieu, si une comète, entrée dans le système solaire suivant une hyperbole héliobarique très-aiguë, vient passer à son périhélie assez près du Soleil pour en recevoir un grand échauffement, une grande dilatation, soit purement thermique soit chimique, partageons cette comète en deux parties, par un plan mené par son centre de gravité normalement à l'orbite : la moitié antérieure est accélérée par les dilatations, et ses particules pesantes prennent des orbites hyperboliques d'une plus grande amplitude qu'avant l'échauffement périhélique. Cette moitié antérieure doit, comme on l'a vu ci-dessus, faire partie de la queue qui se déploie à cette époque. Mais la moitié postérieure est retardée, assez pour conserver la vitesse du centre de gravité; ce retard diminue les amplitudes des hyperboles héliobariques indépendantes décrites par les particules de la moitié retardée; ce retard peut même réduire les vitesses de ces particules pesantes au-dessous de la vitesse parabolique, et changer ainsi leurs orbites en ellipses. Dès lors la comète laissera une partie de sa masse circulant en ellipse autour du soleil. Alors aussi ce reste de comète, devenu membre permanent du système solaire, revient périodiquement à son périhélie, y reçoit un nouvel échauffement, d'où résulte l'émission d'une nouvelle queue perdue pour toujours pour la comète, et par compensation une diminution de la vitesse périhélie du noyau retardé, une diminution correspondante de l'axe focal, et, suivant la troisième loi de Kepler, une diminution de la durée de révolution elliptique. Ainsi pour rendre compte exactement des variations des orbites elliptiques du noyau de certaines comètes, il faudrait pouvoir déterminer la part de force vive emportée par la matière qui se dissémine en queue, comparée à la force vive conservée par ce qui demeure aggloméré dans le noyau, ce qui ne paraît pas facile à trouver? Quant au noyau, le grand axe de son orbite doit

Digitized by Google

décroître après chaque passage au périhélie, jusqu'à ce que l'excentricité s'annule, et que, l'orbite devenant circulaire, le noyau demeure, dans tout son voyage circulaire, exposé à la chaleur solaire suffisante pour en détacher par vaporisation les parties les moins lourdes. Dès lors, le phénomène de l'émission de la queue se répandant tout autour de l'orbite circulaire, la dissipation de ce restant de comète doit devenir très-rapide; le ralentissement de la partie non encore dissipée doit donc devenir continu, tellement que les orbites héliobariques des parties non dissipées reprendront une excentricité croissante. A cette époque, les points de l'orbite circulaire peuvent devenir les aphélies de nouvelles ellipses héliobariques ayant leurs périhélies plus près du Soleil. La comète pourra ainsi être entièrement vaporisée avant d'arriver au Soleil. Ce mécanisme doit être pour quelque chose dans la formation de la nébulosité connue sous le nom de lumière zodiacale?

15. Gerbes d'orbites hyperboliques avec vitesse absolue initiale. — Revenons maintenant à la recherche des orbites hyperboliques que des comètes étrangères au système solaire peuvent décrire en traversant ce système. Nous avons d'abord supposé, pour plus de simplicité, qu'un grand nombre de petites masses pesantes et indépendantes se trouvaient placées, sans vitesse initiale, très-près de la trajectoire du Soleil. Considérons maintenant, infiniment loin du Soleil, un groupe de points pesants, animés déjà d'une vitesse commune v_0 dans une direction quelconque, la même pour tous les points du groupe. Pour trouver alors leur vitesse v_r relative au Soleil, il faut composer la vitesse absolue originelle v_0 avec une vitesse $-v_0$, égale parallèle et contraire à la vitesse $+v_0$ du Soleil sur sa trajectoire. La résultante v_r sera la vitesse relative au Soleil possédée par ces petits points pesants avant que cet astre

Digitized by Google

exerce sur ces points une attraction sensible ; la direction de v_r sera celle des premières asymptotes d'un système d'hyperboles héliobariques que ces points pesants décriront en passant près du Soleil. Ces hyperboles seront situées dans des plans passant tous par une droite menée par le Soleil parallèlement à cette résultante v_r; et si on les rabat sur le plan de l'une d'elles, autour de l'intersection commune de leurs plans prise pour charnière, ces courbes se disposeront en une Gerbe semblable à celle de la figure 2. Il y aura seulement trois changements : 1° la direction commune des premières asymptotes ne coïncidera plus avec celle de la trajectoire solaire, et 2° la vitesse à l'asyptote v_r ne sera plus égale à v_s; 3° cette deuxième différence en entraînera aussi une troisième, dans la grandeur de l'axe focal 2 A.

16. Vitesses finales des comètes qui traversent le système solaire. — Considérons des comètes qui entrent dans le système solaire par les premières asymptotes d'une Gerbe d'hyperboles héliobariques, et en ressortent par les deuxièmes asymptotes de la Gerbe. Nous rapporterons maintenant toutes les vitesses à une échelle très-grande relativement, et les dimensions du système solaire à une échelle infiniment plus petite, telle que ce système tout entier soit sensiblement concentré en un point S (figure 3). Soient dans cette figure :

ST $= + v_s$ la vitesse de translation du Soleil ;

C la position initiale d'une comète, animée de la vitesse initiale absolue CA $= v_0$ dégauchie dans l'espace avec ST ;

CB $= - v_s$ une composante égale, parallèle et contraire à la translation ST du Soleil ;

CR $= v_r$ la diagonale du parallélogramme ACBR, vitesse relative initiale de la comète rapportée au soleil considéré comme fixe ;

Digitized by Google

La comète viendra passer près du soleil si la direction CR est très-près de coïncider avec CS, et les vitesses relatives finales des particules de la comète, sur les deuxièmes asymptotes de leurs orbites héliobariques, seront égales en grandeur à v_r et dirigées suivant toutes les amplitudes mesurées à partir de SC, dans tous les plans qui contiennent cette droite.

Pour obtenir les vitesses finales absolues, il faut composer les vitesses finales relatives avec la vitesse v_s de translation du système solaire. En conséquence, autour du centre T, on conçoit une sphère de rayon $= v_r$; les droites qui joignent S avec des points quelconques de cette surface sphérique sont, en grandeur et en direction, les vitesses finales absolues des diverses particules de la comète. Si quelques-unes de ces particules ont leurs deuxièmes asymptotes parallèles aux rayons TC′, TC″, TC‴... de la sphère, leurs vitesses finales absolues sont $SC' = v'_f$, $SC'' = v''_f$, $SC''' = v'''_f$...

On pourrait facilement, au besoin, discuter les divers cas possibles, selon que S se trouve en dehors de la sphère, ou en dedans, ou sur cette surface elle-même. Nous distinguerons seulement ici le cas représenté dans la figure 4, comme le plus simple de tous; c'est celui où la comète est située primitivement très-près de la trajectoire solaire, sans vitesse initiale. Alors (comme dans la figure 2), on a $v_r = - v_s$ en grandeur et en direction; les vitesses relatives de sortie ou finales, aussi égales en grandeur à v_s, font, avec la trajectoire solaire, des angles égaux aux amplitudes 2α des hyperboles de la Gerbe; et les vitesses absolues de sorties v_f font, avec cette même droite, des angles moitié moindres α; quant aux grandeurs de ces vitesses finales absolues, elles sont exprimées par $2 v_s . \cos \alpha$, c'est-à-dire qu'elles sont proportionnelles aux cordes des suppléments des amplitudes. Car on voit, dans la figure 4, que la vitesse

Digitized by Google

finale SC′ est la corde de l'arc SMC′, supplément de l'arc UC′ dont l'angle au centre est l'amplitude 2α ou UTC′.

17. Effet général du passage du soleil sur des comètes sans vitesse initiale. — Concevons une infinité de points pesants, disséminés uniformément dans tout le ciel, sans vitesse initiale, ayant des masses trop petites pour que ces points exercent les uns sur les autres des actions sensibles ; et qu'une grande masse pesante, telle que le Soleil, traverse tout ce système en se mouvant uniformément en ligne droite : il s'agit de comprendre l'ensemble des mouvements que le passage de cette grande masse imprimera à ces points pesants. La Gerbe d'orbites hyperboliques que nous avons dessinée en fournit le moyen facile, en la complétant par la figure 4.

Les points pesants situés primitivement très-près de la trajectoire du Soleil s'ébranleront à l'approche de cet astre, iront au-devant de lui, passeront par derrière, et reviendront en avant avec une vitesse presque double de celle du Soleil, en divergeant vers la gauche si leur situation primitive était vers la droite. Les points situés primitivement plus loin de la trajectoire solaire passeront également par derrière, et ensuite, après avoir coupé la trajectoire derrière le Soleil, divergeront avec des vitesses finales absolues faisant toutes avec cette trajectoire des angles aigus. Enfin, les points pesants qui étaient primitivement très-loin de la trajectoire solaire s'ébranleront à peine vers cette trajectoire et la couperont fort loin derrière le Soleil ; leurs vitesses finales absolues seront très-petites et presques normales à la trajectoire solaire, très-peu obliques vers l'avant.

Ainsi le passage d'une grande masse pesante en mouvement rapide entraîne finalement en avant tous les points pesants dont il s'agit, avec des vitesses qui varient depuis

Digitized by Google

boloïde vide, voyageant avec le Soleil répulsif, opère une condensation momentanée des atomes répulsifs à sa surface ; mais plus loin cette condensation cesse, et est enfin remplacée par une dilatation résultant de la divergence générale des vitesses finales. Je terminerai cette digression en remarquant que, dans les deux cas examinés dans ce paragraphe, savoir, dans le passage rapide d'une grande masse attractive et dans celui d'une grande masse répulsive, les atomes du milieu ambiant, soit attractif, soit répulsif, éprouvent d'abord des condensations ou un resserrement général, et finalement une dilatation générale indéfiniment croissante avec le temps; les condensations temporaires diffèrent beaucoup dans les deux cas quant aux détails; mais les dilatations ou les disséminations finales sont exactement les mêmes dans le cas de la répulsion et dans celui de l'attraction.)

CHAPITRE V.

Passage d'une comète à travers les empires de plusieurs astres.

18. Enchaînement d'une suite d'orbites hétérobariques. — Je solliciterai d'abord l'indulgence du lecteur pour une série de néologismes liés entre eux, qui m'est nécessaire pour exposer en termes brefs et clairs quelques idées qui, sans ce secours, paraîtraient, je crois, un peu obscures, par la longueur démesurée des périphrases.

Digitized by Google

Quand un corps décrit une conique suivant les lois de Kepler ou suivant la loi de Newton autour d'un foyer occupé par un corps nommé N, je qualifie cette orbite N*barique*.

Ainsi, supposons qu'une comète décrive une hyperbole autour d'Arcturus ; qu'après sa sortie de la sphère de pesanteur dominante vers cette étoile, la comète entre dans le système solaire et le traverse en décrivant une deuxième hyperbole autour du Soleil ; qu'après être ressortie de la sphère de pesanteur dominante vers le Soleil, la comète aille traverser la sphère où domine Sirius : on dira alors que cette comète a décrit une hyperbole *arcturobarique*, suivie d'une hyperbole *héliobarique*, suivie d'une hyperbole *siriobarique;* on pourra dire encore que ces trois hyperboles enchaînées sont *hétérobariques entre elles*.

Leur enchaînement sera facile à comprendre et à énoncer, parce que les distances séparant ces trois étoiles entre elles sont si grandes, que, pendant la majeure partie du trajet de l'une à l'autre, les attractions de l'une et de l'autre, toutes les deux très-affaiblies, sont négligeables ; et ainsi, dans la majeure partie de ce trajet, la comète est en mouvement très-sensiblement uniforme sur une droite, qui est à la fois la deuxième asymptote d'une des trois hyperboles et la première asymptote de la suivante. Cette identité de la deuxième asymptote d'une hyperbole et de la première asymptote de l'hyperbole suivante lie ces deux orbites entre elles ; en outre, il y a une autre liaison générale entre toutes les hyperboles hétérobariques qu'une même comète peut décrire autour de diverses étoiles : c'est que, *si toutes ces étoiles sont fixes*, la comète a toujours la même vitesse sur les diverses lignes droites qui forment la majeure partie de son voyage, quand elle est trop loin de toute grande masse pesante pour recevoir des accélérations appréciables. Si on suppose que les étoiles visitées

Digitized by Google

successivement par la comète sont elles mêmes animées de mouvements uniformes, l'enchaînement des vitesses aux asymptotes, communes chacune à deux hyperboles hétérobariques successives, devient plus compliqué; il faudrait, pour le déterminer, recourir aux combinaisons de vitesses indiquées dans la figure 3.

Mais si une petite masse pesante m, décrivant une orbite Nbarique autour d'un foyer occupé par une grande masse N, rencontre sur son chemin l'espace où domine l'attraction d'une masse N', beaucoup moindre que N autour de laquelle N' décrit elle-même une autre orbite N barique, cette masse m passera près de N' suivant une orbite N'barique, puis elle rentrera sous la domination de l'attraction de N suivant une nouvelle orbite Nbarique. La solution exacte du problème exige celle du *problème des trois corps*, N, N' et m; mais je présume qu'on peut trouver une première approximation par un artifice que je vais exposer. Si cet artifice est déjà connu, ou bien si l'approximation qu'il peut donner n'est pas utile, le paragraphe suivant se trouvera simplement superflu.

19. Empires enclavés et leurs frontières. — Nommons l'espace où l'attraction d'un corps céleste est très-prédominante, l'*empire* de ce corps;

Et *frontière de deux empires*, la surface lieu des points de l'espace où les attractions vers deux corps célestes sont égales entre elles.

On sait que, si deux corps célestes dont les masses sont M et m sont aux points A et B (figure 5), la surface désignée ici sous le nom de frontière est une sphère centrée en O sur le prolongement de AB, dont tous les points tels que C sont à des distances CA et CB qui sont entre elles dans le rapport de $\sqrt{M}$ à $\sqrt{m}$ et que le rayon OC de cette sphère touche en C le cercle circonscrit au triangle ABC.

Digitized by Google

La résultante des attractions de M et de m sur un atome pesant situé en C est donc dirigée suivant la bissectrice de l'angle ACB, et rencontre la droite AB au point P, qui est le point de la frontière le plus voisin de A. Pour tout point I situé dans l'intérieur de la frontière sphérique, la résultante des deux attractions rencontre la droite AB toujours entre P et B, même quand la masse m est supposée moindre que M ; pour tout point extérieur E, la résultante des deux attractions rencontre la même droite AB entre P et A. L'empire de la petite masse m est enclavé dans celui de la grande masse M.

Si ces masses repoussaient l'atome C, en raison directe de M et de m et en raison inverse des carrés des vecteurs, la frontière des empires répulsifs serait encore la même ; la résultante des deux répulsions passerait encore par P, mais elle serait dirigée sur le prolongement de PC, au lieu d'attirer C vers P.

On peut maintenant remarquer que la frontière sphérique coupe la droite AB en un second point Q situé sur le prolongement de AB, au-delà de la plus petite des deux masses. Puisque P jouit d'une propriété mécanique remarquable par rapport à deux masses M et m situées en A et B, soit qu'elles attirent soit qu'elles repoussent C placé sur la frontière en raison inverse des carrés des distances, il faut voir, pour la généralité géométrique, si le point Q ne jouirait pas de quelque propriété analogue. En effet, CQ est la bissectrice des angles compris entre une des deux distances CA et CB et le prolongement de l'autre, et ces deux distances sont entre elles comme QA et QB. Si on suppose que l'atome C est attiré par une des deux masses M et m et repoussé par l'autre, et que cette attraction et cette répulsion sont proportionnelles à $\frac{M}{\overline{CA}^2}$ et à $\frac{m}{\overline{CB}^2}$,

Digitized by Google

la résultante de ces deux forces passera par le point Q, savoir, en tirant de C vers Q si A est répulsif et B attractif, ou en poussant en sens contraire sur le prolongement de CQ au-delà de C, si c'est A qui attire et B qui repousse.

On peut maintenant partager l'empire de m enclavé dans celui de M en couches de plus en plus intérieures, dans lesquelles l'attraction vers m sera de plus en plus prédominante; à cet effet il suffit de mener des tangentes au cercle passant par A, B et C, touchant ce cercle quelque part sur l'arc CB. Une de ces tangentes coupant en O′ le prolongement de AB et touchant le cercle en T′, la sphère de rayon O′T′ centrée en O′ est telle, que les attractions de M et de m sur un atome placé en un point quelconque de cette surface sont entre elles dans un rapport constant; leur résultante coupe AB en un point qui peut devenir beaucoup plus voisin de B que le point de rencontre P′.

De même on peut trouver dans l'empire de M, où est enclavé celui de m, d'autres surfaces sphériques telles que, pour les divers points de l'une d'elles, les attractions de M et de m soient dans un rapport constant. Pour cela il suffit de prendre, sur l'arc CA du même cercle, un point quelconque T″, par lequel on mène une tangente coupant l'un ou l'autre des prolongements de AB en O″ : la sphère centrée en O″ et dont le rayon $=$ O″ T″ est telle que, pour tous ses points, les attractions de A et de B sont dans un rapport constant, et leur résultante coupe le vecteur entre A et P, au point P″.

Si, par exemple, les distances T′A et T′B sont entre elles dans le rapport de $10\sqrt{M}$ à $\sqrt{m}$, le point T′ est attiré cent fois plus vers B que vers A; et de même, si T″A et T″B sont comme $\sqrt{M}$ est à $10\sqrt{m}$, le point T″ (et tous ceux situés sur la sphère centrée en O″) sont attirés vers A cent fois plus fort que vers B.

Digitized by Google

20. Enchaînement de trois orbites hétérobariques. — Considérons maintenant une orbite héliobarique qui va rencontrer la frontière de l'empire terrestre; le mobile qui a décrit l'orbite héliobarique antérieure, pénétrant ainsi dans l'empire terrestre, y décrira une portion d'orbite géobarique, puis il sortira nécessairement de l'empire terrestre; car, si l'orbite géobarique est une hyperbole, elle n'a pas d'apogée; et quand même ce serait une ellipse, son apogée ne pourrait être qu'extérieur à la frontière. Le petit corps pesant repassant donc la frontière, sortira de l'empire terrestre enclavé, rentrera dans l'empire solaire, et décrira une orbite héliobarique postérieure. Il s'agit de trouver l'enchaînement de ces trois orbites astrobariques enchaînées, savoir : une orbite géobarique entre deux orbites héliobariques, l'une de celles-ci antérieure et l'autre postérieure; une quelconque des trois étant donnée, l'enchaînement qui les lie détermine les deux autres.

Revenons à la figure 5, où M désignera la masse du Soleil, et m celle de la Terre, et aux trois sphères centrées en 0, 0′ et 0″, que nous avons construites. Les deux dernières, centrées en 0′ et 0″, comprennent entre elles une *couche frontière*, que la sphère centrée en 0 partage en deux couches partielles. Depuis la sphère 0″ jusqu'à la frontière exacte, le rapport de l'attraction du Soleil à celle de la Terre diminue depuis 100 jusqu'à 1; et depuis la frontière exacte jusqu'à la sphère centrée en 0′, ce même rapport continue à diminuer depuis 1 jusqu'à 0,01.

On aurait une approximation quelquefois suffisante en considérant toutes les parties d'orbites en dehors de la sphère centrée en 0″ comme purement héliobariques, et comme purement géobariques celles situées en dedans de la sphère centrée en 0′; les arcs d'orbites situés dans la couche frontière sont mixtes, ou appartenant à des orbites

Digitized by Google

troublées, et ne peuvent être déterminées exactement qu'avec de bonnes solutions du problème des trois corps. Mais je présume qu'on obtiendrait beaucoup plus simplement une approximation déjà utile en procédant comme il suit.

Soit donnée l'orbite héliobarique antérieure ; on la continue sans altération, jusqu'à ce qu'elle perce en un point R_a la frontière sphérique de l'empire terrestre ; le mobile ayant en ce point connu une vitesse dont on détermine la grandeur et la direction, on détermine avec ces données une orbite que l'on considère comme purement géobarique ; celle-ci va percer en un second point R_p la frontière de l'empire terrestre, avec une vitesse dont on détermine la grandeur et la direction. A partir de R_p, on considère l'orbite nouvelle comme purement héliobarique ; et ayant déterminé le point R_p ainsi que la grandeur et la direction en ce point de la vitesse du mobile, on détermine une orbite purement héliobarique postérieure.

Ensuite, pour serrer de plus près la réalité, on détermine l'intersection R''_a de l'orbite héliobarique antérieure avec la sphère centrée en $0''$, limite extérieure de la couche frontière ; on détermine de même l'intersection R'_a de l'orbite géobarique avec la sphère centrée en $0'$, limite intérieure de la couche frontière, puis entre les points R''_a et R'_a on trace un arc de raccordement antérieur entre l'orbite héliobarique antérieure et l'orbite géobarique. Depuis R''_a jusqu'à R_a on a fait une erreur en négligeant l'action croissante de la Terre ; depuis R_a jusqu'à R'_a on fait une autre erreur en négligeant l'action décroissante du Soleil. Si ces deux erreurs devaient se compenser à peu près, l'orbite géobarique serait assez bien connue. A cet égard, on peut décomposer chacune de ces erreurs en une composante parallèle au rayon vecteur AB mené du Soleil à la Terre, et en une composante perpendiculaire à ce vecteur.

Digitized by Google

Les composantes d'erreurs parallèles au vecteur, dirigées en sens contraire, se compenseront au moins en partie; celles qui sont dirigées normalement vers le rayon vecteur AB, étant de même sens, s'ajouteront et pourront être assez bien représentées (?) par l'écart entre le point d'entrée R_a et l'arc antérieur de raccordement.

Un procédé exactement semblable permettra de raccorder l'orbite géobarique avec l'orbite héliobarique postérieure, par un arc de raccordement postérieur qui s'étendra de l'intersection R'_p de l'orbite géobarique avec la sphère centrée en 0′, jusqu'à celle R''_p de l'orbite héliobarique postérieure avec la sphère centrée en 0″.

Je connais trop peu les méthodes employées en astronomie à la détermination des orbites, pour pouvoir arrêter une idée sur la valeur et l'utilité de l'approximation que j'indique. Je dois à ce sujet m'en rapporter entièrement à l'appréciation des astronomes. Si je me suis hasardé à présenter mes idées sur cette question, c'est surtout pour faire acte de bonne volonté.

21. Diversité des points radiants dans un essaim de bolides. — Dans les paragraphes précédents qui se rapportent aux figures 2, 3, 4 et 5, nous avons attribué aux particules pesantes indépendantes d'une même comète des vitesses égales et parallèles; mais ce n'est là qu'une première approximation. Car en admettant, au moins comme voie de recherche, l'hypothèse cosmogonique de Laplace, hypothèse que les découvertes postérieures semblent confirmer de plus en plus, une comète, avant d'être ébranlée par son poids vers quelque grande masse pesante qui vient à passer près d'elle, était un nuage de matière cosmique ayant déjà opéré une condensation considérable; si la condensation est encore alors peu avancée, ce doit être à cause de la petitesse de sa masse totale et de l'énormité de son vo-

Digitized by Google

lume primitif. Mais avant que cette condensation en un seul groupe fût bien caractérisée, elle a pu souvent être précédée de condensations partielles en plusieurs groupes moins importants. Plus tard ceux-ci ont pu, dans la suite des temps, se rapprocher les uns des autres, en même temps que la condensation intérieure se poursuivait dans l'intérieur de chaque groupe partiel. Cette description paraît s'accorder assez bien avec quelques-unes des figures de nébuleuses qui ont été publiées, suivant les observations faites au grand télescope de lord Rosse. C'est donc là, ce me semble, une conception à la fois rationnelle et expérimentale.

Ainsi, pour entrer dans quelque détail probable sur la structure et les mouvements partiels d'une comète en voie de formation, avant que le passage d'une grande masse dans le voisinage imprime à ce groupe de corps un mouvement nouveau, on peut concevoir que le centre de gravité de la comète a une vitesse v_0, et qu'elle se subdivise en plusieurs groupes partiels qui ont chacun, par rapport à ce centre de gravité de l'ensemble, des composantes de vitesse v_1 v_2 v_3 ....., dont la résultance générale est nulle. Et pourvu que v_1 v_2 v_3, etc., soient fort petites en comparaison de v_0, les vitesses absolues des groupes partiels, qui résultent de v_0 composée avec v_1, avec v_2, avec v_3, etc., diffèrent peu entre elles, tant en grandeur qu'en direction. Si à cette époque la comète pénètre dans l'empire d'une grande étoile en mouvement, chacun des groupes partiels composant cette nuée cosmique formera sa Gerbe d'orbites hyperboliques autour de l'étoile qui passe. Et si, pendant la traversée de l'empire de cette étoile, la comète vient à traverser l'empire enclavé d'une des planètes qui accompagnent l'étoile, chaque groupe partiel éprouvera des actions sensiblement différentes par l'attraction de cette planète. Ces perturbations pourront même différer plus

Digitized by Google

entre elles que les actions de l'étoile elle-même sur les groupes partiels ne diffèrent entre elles; cela ne manquera pas d'arriver, si les distances de l'étoile aux périhélies des divers groupes partiels sont très-grandes en comparaison des distances entre ces groupes eux-mêmes, tandis que les distances périgées de la planète aux orbites planétobariques des groupes partiels pourront égaler ou surpasser ces distances entre les groupes, et quelquefois leur être inférieures.

Si je ne me trompe complètement, cette considération peut servir à expliquer comment il se fait que les essaims d'étoiles filantes de novembre et d'août, qu'on appelle les Léonides et les Perséïdes, possèdent chacun plusieurs points radiants, assez rapprochés pour qu'on ne les ait pas distingués dans les premières tentatives faites pour tracer sur des cartes l'ensemble des apparitions observées, et cependant assez distincts pour devenir apparents après un petit nombre d'années d'observations suffisamment nombreuses. La diversité des points radiants d'un même essaim, jointe avec leur rassemblement dans une région circonscrite du ciel, me paraît ainsi parfaitement compatible avec l'opinion qui regarde ces essaims comme les débris pierreux de quelque comète périodique, dont les parties gazeuses ou poudreuses se sont dissipées dans les queues abandonnées successivement par la comète.

La multitude innombrable des corpuscules pesants d'un essaim d'astéroïdes décrit à la fois une foule également innombrable d'orbites héliobariques et géobariques, dont l'ensemble est comparable à un gros *écheveau;* et il faut concevoir que cet écheveau d'orbites est lui-même partagé en écheveaux partiels, en *mèches* un peu distinctes entre elles, mais cependant s'écartant peu d'une courbe moyenne, celle-ci différant peu, tant en configuration qu'en situation, de l'orbite particulière d'un corpuscule qui

Digitized by Google

appartiendrait à l'essaim, et qui occuperait la position mobile du centre de gravité de l'essaim entier.

CHAPITRE VI.

Direction et vitesse du mouvement propre du Soleil. Sillage cométaire.

22. Détermination de la translation du Soleil. — On peut dès à présent réunir un groupe déjà nombreux de comètes qui ont décrit autour du Soleil des orbites certainement hyperboliques, et déterminer leur vitesse sur leurs premières asymptotes, tant en grandeur qu'en direction. Chacune de ces vitesses, sur la première asymptote d'une orbite rapportée au Soleil, est elle-même la résultante de deux composantes, dont l'une est égale, parallèle et contraire à la vitesse de translation du Soleil, et l'autre est la vitesse initiale absolue de la comète. Si donc on forme une résultante générale de plusieurs vitesses de comètes en nombre n sur les premières asymptotes de leurs hyperboles héliobariques, cette résultante peut se décomposer en n vitesses égales parallèles et contraires à celle du Soleil, et en une résultante partielle des vitesses initiales absolues des comètes employées. Cette résultante partielle tend à s'annuler si n devient un grand nombre, à cause de la diversité des directions des vitesses initiales absolues, surtout si les comètes employées viennent de toutes les régions du ciel. Si ensuite on divise par n la résultante générale, le

Digitized by Google

quotient sera une sorte de *moyenne résultante*, qui aura pour composantes : 1° la $n^{\text{ième}}$ partie de n fois la vitesse du Soleil prise en sens contraire ; 2° la $n^{\text{ième}}$ partie de la résultante partielle des n vitesses initiales absolues. Celle-ci, déjà atténuée par la diversité probable des directions de ses composantes, sera encore atténuée dans cette division par le nombre n. Le quotient pourra donc être regardé comme négligeable, et en conséquence on prendra la moyenne résultante des n vitesses aux premières asymptotes, pour représenter, en grandeur et en direction, une vitesse égale parallèle et contraire à la vitesse de translation du Soleil.

S'il arrive que les vitesses initiales absolues des n comètes employées aient une résultante considérable, dont la $n^{\text{ième}}$ partie ne soit point négligeable, alors la moyenne résultante des vitesses aux premières asymptotes sera égale et contraire à la vitesse du Soleil par rapport au centre de gravité des n comètes considéré comme fixe, avant que le Soleil vînt altérer leurs mouvements antérieurs.

On voit que la combinaison que je propose est une imitation exacte de celle que Bravais a employée pour les mouvements propres des étoiles, lorsqu'il a déterminé la translation du Soleil rapporté au centre de gravité de ces étoiles. Entre la combinaison que je présente ici et celle que Bravais a donnée dans son mémoire, il n'y a vraiment qu'une simple différence de forme. Ce savant s'est attaché à présenter ses idées dans la forme analytique préférée par la plupart des astronomes ; je ne fais autre chose ici, dans le fond, que traduire la pensée de Bravais en géométrie pure, que je crois plus claire, et qui facilite surtout l'emploi des *méthodes mixtes*, mi-parties de calcul arithmétique et de dessin graphique. Car, suivant mon opinion très-arrêtée, ces méthodes mixtes assurent presque toujours certains avantages pratiques considérables, en com-

Digitized by Google

paraison soit des méthodes purement analytiques, soit des méthodes purement géométriques. En fait de méthodes de recherche, l'exclusivisme est rarement opportun.

Parmi les 14 orbites cométaires hyperboliques consignées dans le catalogue Olbers-Encke, il y en a 4 dont l'excentricité surpasse trop peu l'unité pour qu'on ne doive pas conserver des doutes sur la réalité de ces petits excès; mais les 10 autres orbites paraissent être certainement hyperboliques. En leur appliquant la formule (4) du paragraphe 7 ci-dessus, on voit que leurs 10 vitesses aux premières asymptotes, ajoutées indépendamment des directions, donnent une moyenne moindre que la moitié de la distance de la Terre au Soleil; la moyenne résultante, construite en décomposant d'abord chaque vitesse en trois composantes rectangulaires et en formant les moyennes suivant les trois axes rectangulaires, puis en combinant ces trois moyennes, sera à plus forte raison moindre que la moitié du moyen rayon vecteur mené du Soleil à la Terre. On peut déjà conclure de là que le Soleil décrit en un an, sur sa trajectoire, une longueur moindre que la moitié de sa distance à la Terre. Ainsi la vitesse de translation du Soleil est moindre que la douzième partie de celle de la Terre dans son orbite. Il reste à à effectuer la composition des vitesses aux premières asymptotes en une résultante unique. Il n'est pas impossible qu'on trouve quelque intérêt à l'exposition de la méthode qui me paraît préférable pour cette opération.

23. Méthode mixte pour composer la résultante de plusieurs vitesses aux premières asymptotes. — Voici une opinion que les astronomes trouveront peut-être paradoxale; mais, quoique ce reproche de paradoxe puisse paraître grave, cette opinion est tellement enracinée dans ma pensée, que je me hasarde à braver un peu l'accusa-

Digitized by Google

tion de paradoxe. Je pense donc pouvoir affirmer que « les « bonnes méthodes pratiques sont les méthodes mixtes, « parce qu'elles réunissent la clarté *exclusivement* propre « aux constructions graphiques avec la précision des cal- « culs arithmétiques. »

Sur cette question j'invoque le témoignage unanime de tous les constructeurs praticiens, architectes, ingénieurs civils ou militaires, constructeurs de machines, jeunes et vieux : tous, nous savons de science certaine, fondée sur la pratique constante aussi bien que sur la théorie, que, d'une part, le calcul arithmétique peut seul assurer à la pratique la justesse suffisante des solutions, mais à condition que le calculateur arithméticien ne fera jamais de grosses erreurs de chiffres, ou même de signe algébrique, erreurs dont rien ne l'avertit ; et que, d'autre part, le dessinateur graphique se met aisément à l'abri de ces grosses erreurs qui lui crèvent les yeux. Selon nous tous, rompus que nous sommes à la pratique, compétents pour comparer les avantages respectifs du calcul et du dessin, il faut dessiner pour avoir de bonnes approximations, sûres en leur qualité d'approximations, sauf à préciser ensuite avec les chiffres si on en a besoin. Les astronomes au contraire connaissent bien les avantages du calcul, ne reculent pas même devant des montagnes de chiffres ; mais la plupart de ces savants ne se doutent pas toujours des chances d'erreurs matérielles cachées dans leurs calculs, et soupçonnent à peine la clarté et la sécurité qu'ils trouve raient dans le dessin graphique.

En conséquence, pour présenter clairement aux yeux l'ensemble et les détails des orbites des comètes, je représente le plan de chaque orbite par le grand-cercle de l sphère céleste héliocentrique, suivant lequel un observateu placé au centre du Soleil verrait passer la comète. J'emploi

Digitized by Google

pour cela la *perspective homogonale* (1) sur le plan de l'écliptique ; cette perspective donne une carte en deux hémisphères, boréal et austral, dont les points de vue respectifs sont aux poles austral et boréal de l'écliptique dont le plan sert de tableau. Les éléments des orbites consignés dans les catalogues suffisent pour tracer au crayon un arc de cercle représentant une moitié du grand-cercle qui figure le plan de l'orbite, dans celui des deux hémisphères où se trouve le périhélie. On détermine ce point sur le grand-cercle de l'orbite, en traçant un rayon de l'écliptique

---

(1) L'adjectif *homogonal* est construit pour désigner l'égalité des angles. Si diverses lignes forment une figure tracée dans une surface, et si on transforme cette figure en une autre au moyen d'altérations quelconques assujéties à une loi de continuité, la nouvelle figure sera dite homogonale avec la figure primitive, si les angles de l'une d'elles sont égaux aux angles correspondants de l'autre. Pour cela il faut et il suffit que les cercles infiniment petits de l'une soient représentés dans l'autre par des cercles infiniment petits; ou bien que les quarrés infiniment petits soient représentés par des quarrés; ou plus généralement, que les rectangles infiniment petits soient transformés en petits rectangles semblables. Ainsi la carte de Mercator est homogonale, mais elle ne représente un cercle terrestre par un cercle que si c'est un cercle infiniment petit. Au contraire le système de carte connu sous le nom de *projection stéréographique* représente tout cercle de la sphère, petit ou grand, par un cercle sur la carte, ce qui suffit pour la rendre homogonale. C'est, d'ailleurs, de toutes les perspectives des figures sphériques, la seule qui soit homogonale. Et, d'autre part, le nom de projection s'appliquant le plus souvent aux projections orthogonales, il est évidemment plus clair d'appeler perspectives les projections faites par des projetantes concourantes en un point nommé point de vue. Quant à cet adjectif sesquipédal *stéréographique*, il ne dit rien du tout, si ce n'est description dans l'espace ; il est tout juste équivalent de *figuratif*. Voilà pourquoi je préfère le nom de perspective homogonale à celui de projection stéréographique.

Digitized by Google

suivant la longitude du périhélie; et sur une échelle facile à construire, on lit la latitude du périhélie et sa distance au pole de l'écliptique. Cela fait, je marque d'une petite croix le point du périhélie; à partir de ce point, je passe à l'encre un arc suffisant du grand-cercle de l'orbite, terminé par une flèche indiquant le sens du mouvement. Si on ajoute à ces indications un des poles du plan de l'orbite que je nomme son *pole direct*, savoir celui des deux poles qui est boréal pour les mouvements directs, et austral pour les mouvements rétrogrades, on obtient une carte homogonale des orbites cométaires, constituant un vrai *catalogue graphique des comètes,* auquel il ne manque que la distance du Soleil au périhélie et l'instant du passage par ce point, pour renfermer tout ce que donnent les catalogues du mouvement parabolique. En revanche le catalogue graphique donne la latitude du périhélie, qui manque dans les catalogues en chiffres. Malgré ces deux lacunes, la carte homogonale a certainement de grands avantages sur les catalogues purement numériques. Je pourrais au besoin le prouver, en présentant celle que j'ai dessinée en 1851, et qui contient seulement les 68 orbites consignées dans le catalogue de Lalande, publié en 1784 dans l'*Encyclopédie méthodique*, article Comètes. Mais, pour publier maintenant un bon catalogue graphique des comètes, il faudrait le mettre au courant; en y comprenant toutes les orbites du catalogue Olbers-Encke, qui va jusqu'à la deuxième comète de 1846, puis toutes celles qui ont été déterminées depuis cette époque, je crois que le nombre des orbites à tracer exigerait une carte d'un grand format; deux cercles de 40 centimètres de diamètre ne seraient pas de trop. Enfin, pour que cette carte puisse tenir lieu d'un catalogue tout en colonnes de chiffres, on marquerait d'un même numéro le périhélie, un nœud, l'amorce d'orbite de chaque comète

Digitized by Google

cataloguée, et le pole direct de son orbite ; puis on annexerait à la carte un complément présentant, dans quatre colonnes de chiffres, les numéros, les époques des passages aux périhélies, les distances périhélies, et enfin les excentricités, égales à 1 pour les orbites exactement paraboliques, $<$ 1 pour les orbites elliptiques, $>$ 1 pour celles qui sont hyperboliques. Une bonne carte des orbites cométaires rendrait à coup sûr des services inattendus à l'étude de ces astres extraordinaires, notamment en opérant douze triages, suivant les mois dans lesquels les comètes ont passé à leurs périhélies. Le procédé matériel pour faire ces triages sera bien facile, dès qu'on aura imprimé quelques exemplaires de la carte générale. On couvrira un de ces exemplaires de l'enduit gommeux qui sert à préparer le papier autographique ; sur cet enduit desséché on repassera, à l'encre autographique, les indications relatives aux comètes qui ont passé à leurs périhélies dans le mois de janvier de diverses années, et, en décalquant sur pierre, on aura la carte lithographiée des comètes de janvier. Ainsi de suite pour les onze autres mois. Il est certain que la comparaison des douze cartes mensuelles donnerait lieu à des rapprochements très-instructifs, car les douze *nombres* seuls des comètes appartenant respectivement aux douze mois des années de vingt siècles environ présentent déjà une variation remarquable ; on y voit un grand maximum et un petit minimum, plus un autre maximum et un autre minimum s'écartant moins de la moyenne.

Quant aux orbites hyperboliques, il sera bon de les reproduire séparément par le décalquage lithographique, sur une feuille destinée spécialement à la recherche du mouvement propre du Soleil, en direction *et en grandeur*.

Sur cet extrait spécial du catalogue graphique général, il faut marquer graphiquement l'amplitude de chaque hy-

Digitized by Google

perbole; puis ou mènera par le soleil un rayon vecteur parallèle à la première asymptote, et coupant l'orbite en un point marqué d'un signe distinct. Ce point est opposé diamétralement au point du ciel où l'observateur solaire aurait vu la comète, quand elle était encore à l'infini sur la première asymptote de son orbite héliobarique. Pour construire ce point, il faut rabattre le grand-cercle du plan de l'orbite, autour de sa ligne des nœuds comme charnière, sur le plan de l'écliptique, placer le périhélie dans le rabattement, et, à partir de ce périhélie rabattu, compter, dans le sens du mouvement de la comète, un arc d'écliptique égal à la $\frac{1}{2}$ amplitude de l'hyperbole (dont la sécante est donnée par l'excentricité > 1, consignée dans le catalogue Olbers-Encke). Ensuite on relève le plan de l'orbite en position, avec le périhélie et l'arc représentant la $\frac{1}{2}$ amplitude. Ces opérations s'exécutent par les procédés faciles propres à la perspective homogonale. On peut placer ainsi sur la carte les points marquant les directions des vitesses aux premières asymptotes des orbites cométaires reconnues comme hyperboliques.

Le rayon de l'écliptique passant sur la carte par un de ces points de direction coupe ce grand-cercle en un point dont on lit la longitude L ; la distance de ce point de direction au pole de la carte, mesurée à l'échelle des distances polaires, fait connaître l'angle Z de la première asymptote avec l'axe des z qui va du Soleil au pole nord de l'écliptique. Si la distance angulaire Z est lue dans l'hémisphère austral, on la remplace par son supplément ($180^\circ - Z$) dans toute la suite des opérations. Et en nommant v la vitesse de la comète calculée par la formule (4), on a les trois composantes rectangulaires de cette vitesse exprimées par les trois formules connues :

$$x = v \cos \mathrm{L}. \sin \mathrm{Z}, \quad y = v \sin \mathrm{L}. \sin \mathrm{Z}, \quad z = v \cos \mathrm{Z}.$$

Digitized by Google

La composante $+x$ est parallèle à la ligne droite menée du Soleil vers l'équinoxe ♈ du printemps (premier point d'*Ariès)* ; $+y$ est dirigée du Soleil vers le point où l'écliptique touche le tropique du Cancer au solstice d'été ; et enfin, $+z$ du Soleil vers le pole boréal de l'écliptique.

Les trois composantes rectangulaires de la résultante générale des vitesses aux premières asymptotes sont les sommes algébriques

$$\xi = \Sigma x, \quad \eta = \Sigma y, \quad \zeta = \Sigma z;$$

Cette résultante a une longitude Λ et une distance angulaire au pole de l'écliptique Π données par les expressions connues :

$$tang\,\Lambda = \frac{\eta}{\xi}, \qquad cos\,\Pi = \frac{\zeta}{\sqrt{\xi^2+\eta^2+\zeta^2}};$$

la résultante générale est exprimée par

$$R = \sqrt{\xi^2+\eta^2+\zeta^2},$$

et la vitesse de la translation du Soleil est

$$V = \frac{R}{n}.$$

La longitude Λ et la distance Π au pole boréal de l'écliptique appartiennent à l'*antipole* de translation du Soleil, c'est-à-dire au point opposé à son pole de translation; celui-ci est le point radiant à partir duquel l'observateur solaire verrait diverger moyennement les comètes à leur entrée dans l'empire solaire. L'antipole déterminé par l'ensemble des premières asymptotes des orbites hyperbo-

Digitized by Google

liques montre la direction de la translation du Soleil, de même que le sillage d'un navire sur la mer monte à l'équipage la direction de sa route; et la moyenne résultante R, dont nous donnons l'expression, équivaut au loch, sur lequel les marins mesurent la vitesse de leur navire, rapportée à l'eau ambiante et passible de la correction du courant local, s'il y a lieu. Ainsi, en nous considérant comme l'équipage d'une petite chaloupe naviguant à travers le ciel, de conserve avec un gros navire, le Soleil, auquel nous sommes attachés par un câble nommé rayon vecteur, l'observation intelligente des comètes qui n'accompagnent pas le Soleil nous fournit à la fois un sillage et un loch, pour connaître la direction et la vitesse du voyage du Soleil à travers la profondeur noire de l'espace céleste. J'ai simplement cherché la lecture du sillage et du loch.

Sic magna licet componere parvis,

conformément au principe mathématique de la relativité.

NOTE PREMIÈRE.

Courbe-enveloppe d'une série de coniques, § 9.

Problème : « Une série de coniques (figure 6) situées « dans un plan, ayant un point A commun à toutes ces « courbes, un foyer F commun, et des axes focaux égaux, « on demande la courbe-enveloppe de cette série de « courbes ? »

Digitized by Google

Solution : « L'enveloppe demandée est une conique « ayant ses foyers en A et en F, avec un axe focal égal à la « longueur donnée $2a$ de l'axe focal des enveloppées, « moins la moitié e de la longueur donnée AF. »

Démonstration : Prenons en premier lieu le cas où les coniques proposées sont des ellipses dont le grand axe a une longueur donnée $2a$. Si, de cette longueur, on retranche le premier vecteur $FA = 2e$, le reste $2(a - e)$ représente le second vecteur. Les seconds foyers F′ se placent donc sur le cercle centré en A dont le rayon $= 2(a - e)$; et le centre C′ de l'ellipse qui a un foyer en F′ est au milieu de FF′. Le lieu des centres, ou la centrale des enveloppées, est donc un cercle centré au milieu O de FA, et dont le rayon $= (a - e)$. Le cercle lieu des seconds foyers coupe la droite FA en B sur le prolongement de FA, et en D entre F et A. Si on place le second foyer en B, les sommets sont en F et en B, et l'ellipse se réduit à son grand axe FB ; c'est alors une droite finie doublée sur elle-même; si on place le second foyer en D, le point commun A devient un sommet, et le sommet opposé passe en B′ sur le prolongement de AF, la distance FB′ étant égale à AB ; alors le petit $\frac{1}{2}$ axe est égal à $\sqrt{a^2 - e^2}$.

Considérons maintenant les deux ellipses de la série dont les seconds foyers sont F′ et F″ et qui se coupent en A et en un second point M. Puisque FM est un vecteur commun à ces deux ellipses qui ont les grands axes égaux, il faut que les seconds vecteurs MF′ et MF″ soient égaux. Le quadrilatère MF′AF″ est donc composé de deux triangles isocèles qui ont la base F′F″ commune; donc la ligne droite AM, corde commune des deux ellipses, est à cheval perpendiculairement sur le milieu de F′F″. Si maintenant F″ se rapproche indéfiniment de F′, quand ces deux foyers deviennent infiniment voisins, la corde commune AM ne

Digitized by Google

cesse pas de couper normalement par son milieu la petite corde F'F'' du cercle lieu des seconds foyers. Donc, lorsque les deux ellipses sont infiniment voisines, leur corde commune prend la position AE' dans l'alignement AF'. Le point E' est le contact de cette ligne avec la courbe-enveloppe demandée.

Or la somme des vecteurs FE' + E'F' est égale à $2a$, puisque c'est une ellipse de la série; ajoutant à cette somme le rayon F'A $= 2(a - e)$ du cercle centré en A, on trouve la somme constante $4a - 2e$ des deux longueurs FE' + E'A. Donc le lieu des points E' est une ellipse centrée en O, ayant ses foyers en F et en A, avec un grand demi-axe $a' = 2a - e =$ OB $=$ OB'.

Les absides des coniques de la série sont rangées sur les deux branches d'une conchoïde à base courbe; cette base est le cercle lieu des centres, et le pole de la conchoïde est le foyer commun F, lequel est toujours un rebroussement d'une des branches de la conchoïde. L'autre branche passe en B, où elle est osculatrice de la courbe-enveloppe.

Tout cela suppose que $2a$ est $> 2e$, comme il le faut pour que les coniques enveloppées soient des ellipses. Si au contraire la valeur donnée de $2a$ est $< 2e$, les coniques proposées sont des hyperboles. La démonstration est presque identique; elle se fonde toujours sur ce que deux coniques de la série qui se coupent en A se recoupent au moins en un second point M; qu'elles ont ainsi une corde commune AM; que FA est un rayon vecteur commun aux deux coniques, ce qui égalise les vecteurs AF' et AF'', et sur ce que FM est aussi un autre rayon vecteur commun, ce qui égalise MF' et MF''; d'où il suit que la corde commune AM coupe normalement en son milieu la distance F'F'' des seconds foyers des deux coniques de la série. On peut suivre la démonstration sur les trois figures 6, 7 et 8 (planche 3), qui se rapportent aux trois cas où a est

Digitized by Google

$> e$ pour la figure 6, $< e$ et $> \frac{1}{2} e$ pour la figure 7, et enfin $< e$ et $< \frac{1}{2} e$ pour la figure 8.

Application de ce théorème aux effets d'une explosion. — La figure 6 peut servir à décrire l'ensemble des mouvements des particules d'un corps pesant, qui ferait explosion en passant près du Soleil, si les vitesses de ces particules restent inférieures à la vitesse parabolique; c'est en vue de cette application que j'ai cherché cette enveloppe.

Considérons en premier lieu des points pesants partant de A avec des vitesses égales dans toutes les directions, pendant que le soleil est en F, et supposons ces vitesses explosives assez petites pour que les orbites des fragments soient elliptiques; ces orbites auront un foyer commun F, des grands axes égaux, des temps périodiques égaux, et toucheront chacune en un point un ellipsoïde révolutif allongé ayant ses foyers au Soleil et au point de départ commun A. Très-peu de temps après l'explosion, les fragments sont rangés sur une sphère centrée en A, dont le rayon croît proportionnellement au temps; peu à peu le lieu des positions simultanées des fragments s'écarte de la forme sphérique; ce lieu va toucher l'ellipsoïde-enveloppe d'abord à son sommet B, puis, suivant un cercle-parallèle de cette surface révolutive, qui prend naissance en B et va en croissant jusqu'à la section circulaire maximum centrée en O, dont le diamètre est le petit axe de l'ellipse méridienne; puis ce cercle de contact se contracte jusqu'à s'évanouir en un point au sommet opposé B′ de l'ellipsoïde; puis le cercle de contact renaît aussitôt, parcourt une seconde fois tout l'ellipsoïde-enveloppe, et revient s'évanouir en B. Ensuite, le lieu des positions simultanées des fragments en continuant à se contracter, se rapproche de la forme sphérique. Un peu avant la fin de la durée de révolution

Digitized by Google

commune aux fragments, ils sont rangés sur une sphère centrée en A, dont le rayon décroît, et s'évanouit à la fin de cette période. Les fragments, après avoir décrit complètement chacun son orbite, reviennent ensemble au point de départ qui est leur rendez-vous commun, après quoi ils divergent de nouveau, pour se rassembler encore périodiquement au même rendez-vous.

Supposons maintenant que les fragments dispersés par l'explosion aient en A toutes les vitesses comprises entre deux limites u' et u'', correspondant à deux durées de révolution périodique t' et t'', qu'ils soient classés entre eux par ordre de vitesse, et que dans chaque classe de vitesse il y ait une multitude de fragments lancés indifféremment dans toutes les directions. Au bout du temps périodique t', les fragments les plus lents, dont la révolution est la plus prompte, reviennent au rendez-vous ; et depuis cet instant jusqu'au bout du temps t'', chacune des classes de vitesse opère successivement son rassemblement pour se disperser de nouveau.

Si on conçoit que ces fragments soient innombrables, et que leur petitesse les rende invisibles pour nos yeux quand ils sont trop dispersés, mais que leur rassemblement dans un petit espace produise une lueur visible malgré la distance, on verrait alors un phénomène d'apparence bien singulière : après l'explosion qui s'est produite en A, et au bout des temps périodiques successifs, on verrait une lueur en ce point A fixe dans le ciel par rapport au Soleil, commençant à briller au bout du temps t', persistant jusqu'au bout du temps t'' ; puis l'apparition de la lueur fixe recommencerait périodiquement au bout des temps $2t'$, $3t'$, $4t'$, etc., et s'interromprait au bout des temps $2t''$, $3t''$, $4t''$, etc. Après un nombre suffisant de périodes, l'éclat diffus du point fixe A deviendrait permanent. Et cependant cette apparence singulière serait une conséquence de

Digitized by Google

l'action attractive du Soleil succédant à une simple explosion. On peut douter ou nier que la chaleur solaire détermine jamais de telles explosions; mais il ne semble pas douteux que certaines comètes passent assez près du Soleil pour recevoir de sa chaleur une dilatation considérable. Le phénomène extraordinaire que j'ai cherché à décrire n'est donc qu'une simple exagération de ce que la gravitation combinée avec la dilatation due à la chaleur du Soleil doit produire sur un grand nombre de comètes.

Peut-être est-il permis raisonnablement de conclure qu'il est bon d'être fort réservé, avant d'introduire, dans la mécanique des comètes, de nouvelles forces inconnues, et ce jusqu'à ce qu'on ait examiné complètement les apparences diverses et encore inconnues que les forces connues peuvent produire. Cet examen complet demande une certaine audace, pour introduire dans la mécanique céleste toute la généralité de la géométrie la plus générale et de la mécanique rationnelle, en tout ce qui est compatible avec les lois connues de la pesanteur et de la chaleur, sans se restreindre aux cas dont la réalité connue offre des exemples. Dès qu'on prouve la possibilité théorique d'un phénomène inconnu ou méconnu, au lieu de rejeter comme inutile l'étude du nouveau phénomène, sous prétexte qu'on ne l'a jamais vu, il est, ce me semble, plus rationnel d'approfondir cette étude, et de chercher dans quels cas le nouveau phénomème pourrait se réaliser et devenir sensible. Cette conclusion générale de la présente étude est confirmée surabondamment par une multitude de découvertes, annoncées par la théorie avant que l'expérience ou l'observation en eût montré la réalité.

Digitized by Google

(Les deux notes suivantes, 2me et 3me, ont été rédigées en 1879, et présentées à la Société de Statistique de l'Isère dans sa séance du 28 juillet 1879.)

NOTE DEUXIÈME.

Application de la spectroscopie à la réfraction stellaire.

PERSISTANCE DU DOUTE SUR LA RÉFRACTION STELLAIRE. — Si, comme je ne peux en douter, la réfraction stellaire est réelle et appréciable, un emploi très-inattendu de l'analyse spectrale, réalisé depuis peu d'années, peut fournir dans quelques années la preuve certaine et une mesure assez juste de cette réfraction. Tel est l'objet de la présente note.

Tant qu'on se bornera, pour chercher la distance des étoiles, aux observations des parallaxes annuelles, on peut espérer tout au plus que les parallaxes observées donneront quelque jour d'abord une probabilité presque certaine, et enfin la certitude complète de l'existence de la réfraction stellaire, avec une limite inférieure de sa petite grandeur. Mais il faut pour cela *deux* conditions difficiles à réunir.

Il faut avant tout que les astronomes consentent à reconnaître la possibilité théorique de cette réfraction (si non sa grande probabilité que je crois avoir démontrée), et qu'en conséquence ils ne se hâtent pas de rejeter, comme

Digitized by Google

absurdes *à priori*, les **parallaxes apparentes négatives**, qu'ils ont déjà trouvées plusieurs fois, et qu'ils n'aiment pas à faire connaître au public ; qu'ils s'efforcent, au contraire, de redoubler de soin et de précision dans les procédés d'observation, de sévérité dans la conduite et la vérification des calculs arithmétiques, de clairvoyance dans l'appréciation des limites des erreurs inévitables; il faudra même qu'ils veuillent bien appliquer ce redoublement de soin surtout aux étoiles pour lesquelles des observations déjà anciennes de quelques années ont donné des valeurs négatives de la parallaxe apparente; que les procédés les plus parfaits soient aussi appliqués aux étoiles les plus fixes et les moins brillantes. Car une seule parallaxe apparente négative bien constatée, avec une valeur supérieure à la limite d'erreurs des procédés employés, fournirait déjà la preuve certaine de la réalité du fait, ainsi qu'une limite inférieure de la grandeur de cette réfraction.

Et, en second lieu, ce premier pas étant fait, il faudrait, autant que possible, continuer l'application des procédés les plus parfaits aux étoiles les plus fixes et les moins brillantes, comme étant plus aptes que toutes les autres à préciser la valeur de la réfraction, par l'emploi du diagramme des parallaxes apparentes et des racines carrées des éclats lumineux.

Mais d'abord il y a lieu de craindre que les astronomes persistent à employer, comme limite des erreurs, les plus grandes valeurs négatives elles-mêmes, ce qui constitue un vrai cercle vicieux. Et en outre la mesure de la réfraction demeurerait toujours conjecturale. Lors même que, dans un ou deux siècles, on pourrait appliquer à quelques centaines d'étoiles la méthode que j'ai pu appliquer à sept ou huit étoiles seulement; quand même, en prenant au hasard dans ces quelques centaines d'étoiles bien observées, di-

Digitized by Google

vers groupes de dix ou de vingt par exemple, chacun de ces groupes fournirait son diagramme, quand même ces divers diagrammes s'accorderaient très-sensiblement pour fixer la valeur de la réfraction stellaire à un tiers de seconde environ (ou la distance focale de la grande atmosphère circumsolaire à environ 600 mille fois la distance de la Terre au Soleil); malgré toutes ces coïncidences, il resterait toujours du doute, au moins dans la pensée des savants trop rigides, qui, rejetant comme trop lucides les représentations graphiques, et se fiant à tort au prestige trompeur des chiffres seuls, ne veulent admettre dans les sciences d'observation que les seules méthodes numériques, à cause de leur précision illusoire.

Découverte récente de la mesure spectroscopique de la vitesse d'une étoile suivant le rayon visuel. — Mais heureusement, depuis quelques années, une magnifique application de l'analyse spectrale a fourni rapidement une mesure assez juste des composantes de vitesse de plusieurs étoiles *dans le sens de leurs rayons visuels respectifs*. Cette mesure est absolument indépendante de celle des composantes de vitesse tangentes à la sphère céleste; et ce qui est surtout merveilleux, cette mesure présente toujours le même degré de précision quelle que soit la distance de l'étoile, que cet astre soit à peine aussi loin que le Soleil ou bien qu'il soit plusieurs milliards de fois plus loin. Ainsi, par cette admirable découverte, c'est précisément la composante de vitesse que personne n'aurait cru mesurable, qui est devenue plus facile et plus prompte à mesurer que les composantes transversales elles-mêmes. Et si le lecteur désire avoir une idée simple de cette curieuse découverte de l'analyse spectrale, sans entrer dans aucun détail précis, il suffira de voyager en chemin de fer, en croisant quelque train, et d'écouter attentivement les

Digitized by Google

bruits grinçants qu'on entend un peu avant et un peu après l'instant précis du croisement. Pour peu que le voyageur ait l'oreille musicale, et si les deux trains qui se croisent marchent assez vite, on s'aperçoit que le train arrivant est précédé d'un bruit croissant, sensiblement plus court et *plus aigu* que le bruit que le même train envoie derrière lui après le croisement. De même si on prend, dans une école de tir, le poste du marqueur près d'une cible, et si les projectiles ont des vitesses moindres que celles du son dans l'air, l'observateur entend, au passage de chaque projectile, un *son d'avant* aigu court et croissant qui précède le projectile, et un *son d'arrière* que le projectile envoie derrière lui-même après qu'il est passé. Tous les hommes qui ont fait la guerre reconnaissent en effet qu'on entend zzzÎzzouee.... dans le sifflement d'une balle qui passe inoffensive. Ces simples remarques, rapprochées de l'analogie certaine entre la lumière colorée depuis le rouge jusqu'au violet, et les sons depuis les plus graves jusqu'aux plus aigus, doivent suffire à tout lecteur doué de quelque pénétration, pour saisir le principe de la découverte très-inattendue qui va servir à mesurer la distance de quelques étoiles, sans aucune mesure de parallaxe (1).

---

(1) Ici, par exemple, on peut bien défier tous les partisans du proverbe menteur *(nil sub Sole novum)* de retrouver la moindre apparence d'une pensée analogue, depuis l'antiquité la plus reculée jusqu'à la découverte toute récente de l'analyse spectrale, par Bunsen et Kirchhoff. Cette mesure de la vitesse des étoiles dans le sens de leur rayon visuel est bien vraiment et profondément nouvelle. Remontez seulement à trente ou quarante ans, et vous reconnaîtrez que l'annonce d'une telle découverte comme prochaine aurait alors semblé une pure folie, même aux chercheurs les plus audacieux. Et cependant le germe de toute l'a-

Digitized by Google

Mesure spectroscopique de la distance d'une étoile double. — Il faut prendre pour sujet d'observation une étoile physiquement double, c'est-à-dire un couple d'étoiles très-voisines sur notre sphère céleste, et dont le rapprochement ne soit pas purement optique; c'est-à-dire qu'il faut choisir une étoile double dont les deux composantes aient entre elles une distance réellement très-petite en comparaison de leurs distances à nous, ou bien que leur rapprochement soit réel, et non l'effet d'un alignement perspectif entre les deux étoiles et nous. On sait que, depuis un siècle environ, les astronomes reconnaissent à divers caractères la réalité du rapprochement, ou qu'ils savent le distinguer des rapprochements purement optiques simplement dus à un accident de perspective.

Tantôt on observe que deux étoiles très-voisines ont des mouvements propres égaux et parallèles; d'où l'on

---

nalyse spectrale était déjà découvert dans les fameuses raies de Frauenhoffer; mais ce germe précieux était dédaigné, en qualité de curiosité inutile, quoique, dès 1830, Dulong nous eût enseigné, à l'Ecole Polytechnique, comme un fait bien connu, que les lumières des flammes artificielles donnaient des spectres traversés de raies brillantes, au lieu des raies noires du spectre solaire; et même « que ces raies brillantes avaient des positions di« verses suivant la nature des gaz incandescents. » Ainsi, pour trouver toute l'analyse spectrale dès avant 1830, il n'y avait qu'à étudier et raisonner les détails d'un phénomène connu et inexpliqué. Mais c'est bien facile de déprécier la nouveauté d'une découverte, en disant qu'*il n'y avait qu'à*... C'est-à-dire qu'il n'y avait qu'à y penser. Eh bien, tant pis pour ceux qui n'ont pas daigné y penser; leur dédain n'ôte rien au mérite de ceux qui ont pris la peine d'y penser et d'y travailler avec suite et patience; si vous prétendez que c'était si facile d'y penser, c'est votre faute si vous n'y avez pas pensé vous-même.

Digitized by Google

conclut que la ligne qui les joint se meut dans l'espace uniformément et parallèlement à elle-même, ou du moins que la grandeur et la direction de leur distance n'a pas changé sensiblement *pour nous* depuis l'époque où les astronomes ont commencé leurs observations comparatives sur ce couple ; dans ce cas, un tel couple d'étoiles, quoique réel et non simplement optique, n'offre pas de chance prochaine de succès à la mesure spectroscopique de leur distance à nous.

Tantôt la ligne qui joint les deux étoiles en projection sur la sphère céleste change de direction avec une vitesse angulaire sensible, ce qui prouve que les deux étoiles obéissent à leur poids mutuel l'une vers l'autre, en tournant ensemble autour du centre de gravité du couple ; mais si on observe une vitesse angulaire et un écartement à peu près invariables, la mesure spectroscopique de la distance n'offre pas encore des chances favorables, parce que nous voyons l'orbite d'une des étoiles autour de l'autre à peu près en forme vraie, et non pas dans une figure fortement altérée par le raccourci perspectif.

Tantôt enfin, en même temps que la ligne de jonction tourne, elle change aussi de grandeur apparente. Si alors la vitesse angulaire présente deux maxima bien distincts dans une période complète, la variation de la distance apparente peut présenter deux maxima alternant avec deux minima dans cette même période, et c'est alors qu'on a le plus de chance de pouvoir mesurer par l'analyse spectrale les composantes radiales des vitesses des deux étoiles du couple (1). Alors en effet on est sûr que les deux étoiles

(1) On peut en général mener 4 normales à une ellipse par un point donné sur son plan ; en d'autres termes la développée de l'ellipse est une ligne de la 4me classe. Il y a deux de ces

Digitized by Google

tournent ensemble dans un plan qui fait un petit angle avec nos rayons visuels ; c'est-à-dire que nous voyons les deux orbites très-obliquement, très-déformées par la perspective, qui raccourcit beaucoup certains diamètres des orbites, en laissant à deux autres diamètres déterminés des grandeurs apparentes réduites seulement par l'éloignement de l'étoile.

Dans un tel cas, les deux étoiles accouplées décrivent chacune une orbite, vue en perspective sur le plan tangent à la sphère céleste, sous la forme d'une certaine ellipse. Les deux orbites ainsi projetées sont dans leur plan deux ellipses, semblables et semblablement placées par rapport à un centre unique de similitude inverse, foyer-commun des deux ellipses réelles. Il est vrai que deux ellipses semblables ainsi projetées sur un plan ont deux centres de similitude géométrique distincts, puisque ces ellipses ont chacune son centre propre ; mais un seul de ces centres de similitude géométrique est inverse, et en même temps est aussi centre de similitude cinématique ; c'est celui par lequel passe constamment la ligne de jonction des deux étoiles du couple ; c'est celui où se projette leur centre de gravité. Enfin, comme on ne connaît pas encore le rapport des masses des deux étoiles, on ne peut pas encore opérer le partage de la ligne de jonction en raison inverse de ce rapport ; mais on commence provisoirement par rappporter la position d'une des deux étoiles à celle de l'autre considérée comme fixe, et alors on observe que l'orbite apparente est une ellipse qui entoure l'étoile rendue fixe provisoirement

---

quatre normales qui sont réelles si le point donné est en dehors de la développée, et toutes les quatre sont réelles si ce point est en dedans de la développée (voir figure 12).

Digitized by Google

(figure 9). De plus on reconnaît que, si l'étoile rendue fixe est en E′ pendant que l'autre étoile décrit une ellipse autour de E′, cette étoile mobile prenant à certaines époques les positions successives E_1 E_2 E_3 E_4, etc., les aires E_1 E′ E_2, E_1 E′ E_3, E_1 E′ E_4, etc.. comprises entre les positions successives de la ligne de jonction et les arcs d'orbite E_1 E_2, E_1 E_3, E_1 E_4, etc., sont proportionnelles aux temps employés à décrire ces arcs. On en conclut que l'orbite apparente est la projection d'une ellipse située dans un plan incliné sur le rayon visuel, de telle sorte que E′ représente en projection le foyer de l'orbite elliptique ; ce point E′ détermine un diamètre ACE′P de l'ellipse trouvée en projection. A est la projection de l'aphélie (ou apoastre), C celle du centre, E′ celle du foyer, et P celle du périhélie (ou périastre). Ainsi le rapport de CE′ à CP est l'excentricité e de l'orbite vraie, et le produit E′A $\times$ E′P étant divisé par le carré de CA ou CP, le quotient donne la fraction $(1-e^2)$; si on désigne par $\frac{b}{a}$ le rapport des axes de l'orbite vraie, on sait que ce rapport est égal à $\sqrt{1-e^2}$. Le problème amené à ce point, il reste encore à trouver la trace sur le plan de projection du plan incliné de l'orbite vraie, ainsi que l'inclinaison de ce plan, inclinaison qui doit être telle que cette orbite vraie, d'une excentricité e, se projette sur l'ellipse donnée par les observations. Ce n'est plus qu'un problème de géométrie descriptive qui ne peut pas être bien difficile. Nous ne nous y arrêterons pas ; nous voulions seulement faire comprendre aux simples amateurs de géométrie comment les astronomes peuvent déterminer la configuration d'une orbite elliptique d'étoile double, avec la direction dans le ciel du plan de l'orbite, ainsi que la direction de l'orbite elle-même dans ce plan; et comment tout cela peut se déduire d'un nombre restreint de

Digitized by Google

mesures de la distance angulaire qui sépare les deux étoiles dans nos lunettes, ainsi que des mouvements angulaires de cette ligne de jonction. D'ailleurs il y a, je crois, à peu près un demi-siècle que ce problème a été traité complétement par Savary qui en a donné aux astronomes de profession des formules devenues classiques.

Mais il est bon de rappeler une remarque importante de John Herschel, sur une ambiguïté qui subsistait toujours jusqu'ici, dans ces déterminations d'orbites des étoiles doubles. Supposons qu'un de ces problèmes a été complétement résolu, et concevons que le plan tangent à la spère céleste au foyer commun d'un tel couple d'orbites devienne un miroir plan : le plan incliné et les deux ellipses semblables qu'on aura déterminées dans ce plan, en appliquant les formules de Savary aux observations, formeront leurs images par réflexion sur ce miroir plan ; ces images constitueront une deuxième solution du problème, symétrique de la première par rapport à ce plan du miroir ; laquelle de ces deux solutions faut-il choisir comme vraie ? et laquelle n'est qu'une image symétrique de la vérité ? Herschel, après avoir posé la question, précisément en considérant la réflexion sur un miroir plan, avouait nettement que personne n'en pouvait rien savoir, qu'aucune observation connue ne pouvait lever l'ambiguïté. La solution de ce doute était réservée à une découverte absolument inattendue du vivant de John Herschel, savoir, celle *du sens* et de la grandeur de la composante radiale des vitesses de translation.

Revenons à la figure 9 ; seulement, cette figure étant déjà chargée d'un grand nombre de lignes, nous en extrayons les parties les plus essentielles pour en former la figure 10, sur laquelle nous pouvons ajouter d'autres indications en conservant cependant quelque clarté. Soit XX la trace du plan des orbites vraies dans le plan tangent à

Digitized by Google

la sphère céleste; menons à l'ellipse qui figure une des deux orbites projetée sur ce plan tangent, des couples de tangentes parallèles par les deux extrémités de quatre diamètres, savoir : le diamètre PE'CA, qui représente en projection l'axe focal de l'orbite vraie; le diamètre UU' suivant la trace XX du plan des orbites; le diamètre VV' conjugué de UU', et le diamètre TT' conjugué de celui qui est perpendiculaire à la trace; des huit extrémités de ces quatre diamètres, faisons partir huit flèches tangentes à l'ellipse, parallèles et de sens contraire aux deux bouts de chaque diamètre, pour marquer le sens du mouvement observé dans l'ellipse vue en projection. Les observations ont bien pu montrer que le mouvement apparent se fait dans le sens PVU'T'AV'UTP; mais jusqu'à ces dernières années, rien absolument ne pouvait nous faire savoir laquelle des demi-ellipses UTPVU' et U'T'AV'U est plus loin de nous que l'autre? Tandis que maintenant, avec l'analyse spectrale, on pourra savoir si l'étoile s'éloigne de nous en parcourant la demi-ellipse V'UTPV et se rapproche en parcourant VU'T'AV'; ou bien si au contraire l'étoile s'approche suivant la première de ces demi-ellipses et s'éloigne suivant la deuxième. Seulement cette question se trouve un peu compliquée par le mouvement propre de notre Soleil et par celui du centre de gravité du couple des deux étoiles, ainsi que par le mouvement de translation de la Terre autour du Soleil. Le triage et l'élimination de ces effets complexes n'offre rien de bien difficile, comme on va le comprendre.

Nommons, pour abréger, *vitesse radiale*, chacune des vitesses dans l'espace projetée sur le rayon visuel tiré de l'étoile double vers nos yeux; à chaque observation spectrale, le déplacement de quelque groupe connu de raies spectrales vers le rouge ou vers le violet du spectre nous fait savoir si la distance de la Terre à l'une ou à l'autre des

Digitized by Google

deux étoiles accouplées est en cours d'accroissement ou bien en cours de décroissement ; et la mesure de ce déplacement nous apprend quelle fraction de la vitesse de la lumière équivaut à cette vitesse de rapprochement ou d'éloignement. Il faut admettre que, dans l'intervalle d'un nombre d'années considérable, les mouvements propres du Soleil et du couple des deux étoiles entrent pour des parts sensiblement invariables dans le résultat d'ensemble tiré du spectroscope. Quant au mouvement propre de la Terre dans son orbite, son effet sur le résultat spectral a deux valeurs égales et contraires à deux époques distantes d'environ une demi-année sidérale, et en prenant la demi-somme de deux observations spectrales faites à six mois d'intervalle, l'effet de la translation annuelle de la Terre disparaît de cette moyenne.

Il faudrait maintenant avoir égard aux lois du mouvement elliptique dans les orbites vraies, suivant leur excentricité, dont on a vu ci-dessus la détermination ; ce serait une difficulté de calcul dont nos mécaniciens célestes savent se tirer ; mais, pour faire seulement comprendre la possibilité de la détermination des dimensions absolues des orbites vraies des deux étoiles accouplées, il sera plus commode de nous restreindre à un cas très-simple qui se présentera bien rarement ; mais cela n'embarrassera pas un géomètre habitué aux calculs du mouvement elliptique. Nous prenons donc maintenant le cas très-simple où les deux étoiles d'un couple décrivent deux orbites exactement circulaires. Dans ce cas, représenté dans la figure 11, les deux orbites distinctes vues en perspective sont non-seulement semblables et semblablement orientées, mais exactement concentriques. Alors aussi la trace du plan des deux orbites circulaires dans le plan tangent à la sphère céleste (XX de la figure 9 ou 10) se confond avec le grand axe des deux orbites apparentes. La moins lourde

Digitized by Google

des deux étoiles parcourt la grande ellipse ABA'B'A dans le sens indiqué par les flèches tangentes aux quatre sommets; en même temps, l'étoile la plus lourde décrit la petite ellipse homothétique *aba'b'*, de manière qu'à chaque instant les deux étoiles paraissent aux extrémités de deux demi-diamètres contraires, la grosse étoile étant successivement aux points. . . . . *a b a' b'*
pendant que la moins lourde passe par les points correspondants et diamétralement opposés . . . . . A B A' B'.

Dans ce cas simple, les deux époques les plus favorables à l'observation spectroscopique sont celles où les deux étoiles passent ensemble aux extrémités opposées des deux grands axes, c'est-à-dire quand l'étoile de masse M passe en *a*, et celle de masse *m* en A, puis quand la grosse étoile M passe en *a'* et la petite étoile *m* en A'. Pour l'une de ces étoiles *m* on compare les déplacements des raies de son spectre, qui se produisent aux deux époques opposées, à un intervalle d'une demi-période de temps du mouvement orbitaire. La demi-somme des deux déplacements spectraux est due aux vitesses radiales du Soleil et du centre de gravité des deux étoiles accouplées; et la demi-différence des deux mêmes déplacements est due à la composante radiale de la vitesse de *m* dans son orbite circulaire. On mesure aux mêmes époques les déplacements spectraux des raies de la lumière de l'autre étoile M; leur demi-somme devra se trouver la même que pour l'étoile *m*, mais la demi-différence est due au déplacement de M le long du plus petit des deux cercles. Le rapport de ces deux demi-différences est donc l'inverse de celui des deux masses M et *m*, et on peut dès lors faire à chacune sa part, dans les déplacements apparents relatifs des deux étoiles accouplées. En même temps on connaît leurs vitesses linéaires

Digitized by Google

sur leurs orbites respectives, exprimées par deux fractions de la vitesse de la lumière. Donc la durée du mouvement périodique conduit à la mesure des diamètres des deux orbites ; ces diamètres seront ainsi comptés en parties d'une certaine unité linéaire, qui est la vitesse de propagation de la lumière.

Il ne reste plus qu'à comparer ces deux diamètres ainsi mesurés avec l'ouverture de l'angle sous lequel chacun d'eux apparaît dans le télescope, pour en déduire la distance du couple d'étoiles à notre Soleil, toujours en fonction de la vitesse de la lumière ; et cette mesure de la distance est indépendante de toute observation de parallaxe.

Expérience acoustique similaire. — On pourrait exécuter une expérience acoustique simple et curieuse, qui serait facile à comprendre, et qui rendrait cette théorie relative aux étoiles intelligible pour tout le monde. Attachons pour cela, à la circonférence d'un volant horizontal grand et lourd, un timbre sonore, avec un marteau trembleur qui frappe le timbre à coups précipités quand le volant tourne. Celui-ci doit être mis d'abord en rotation, et sa vitesse angulaire entretenue par une force motrice suffisante tout juste, afin que cette vitesse ne varie pas sensiblement pendant la durée d'un grand nombre de tours. Enfin, pour plus de facilité, il faut qu'une petite lanterne soit aussi attachée au volant à côté du timbre. Divers observateurs regardent de loin, pendant la nuit, les oscillations apparentes de la lanterne, et écoutent le son du timbre dont ils comparent la hauteur musicale à divers instants. Ces observateurs ont leur oreille et leurs yeux dans le plan horizontal du cercle que décrit le timbre accompagné de la lanterne ; en sorte qu'ils voient ce cercle sous la forme d'une ellipse réduite par le raccourci à un

Digitized by Google

diamètre du cercle doublé sur lui-même. La lanterne leur semble donc osciller périodiquement entre les deux bouts de ce diamètre. Pendant qu'elle est à un bout, elle s'éloigne de l'auditeur, ce qui allonge pour lui les ondes sonores qu'il entend et rend le son plus grave; puis, quand le même spectateur voit la lanterne à l'autre extrémité de sa course périodique, la lanterne et le timbre étant alors en train de se rapprocher de l'observateur, il entend un son plus aigu que le vrai son du timbre. Le changement périodique de la hauteur musicale sera sensible, pourvu que la vitesse du timbre et de la lanterne, dans le cercle qu'ils décrivent ensemble, soit une fraction de la vitesse du son sensible à l'oreille.

Supposons par exemple que les hauteurs des sons du timbre, telles que l'observateur les entend aux deux extrémités de son excursion, diffèrent d'un ton majeur, c'est-à-dire que les ondes sonores perçues périodiquement par l'oreille aient des longueurs dans le rapport de 8 à 9 : dans ce cas, si on nomme u la vitesse du son dans l'air, et v celle du timbre dans le cercle qu'il décrit, on a la proportion suivante :

$$\frac{u - v}{u + v} = \frac{8}{9},$$

d'où l'on déduit

$$u = 17v;$$

c'est-à-dire que, dans ce cas, la vitesse de translation du timbre est la dix-septième partie de la vitesse de propagation du son dans l'air. Si par exemple celle du son est de 340 mètres par seconde, celle du timbre est de 20 mètres. Et ce résultat, déduit de la comparaison musicale de deux sons entendus, est indépendant de la distance.

Digitized by Google

Supposons maintenant que l'observateur compte, sur une bonne montre à secondes, la durée de 100 oscillations apparentes rendues visibles par la lanterne qui accompagne le timbre, et qu'il ait trouvé que ces 100 oscillations entières (aller et retour) durent ensemble 50 secondes, soit pour chacune la moitié d'une seconde ; il en conclura que la circonférence décrite par le timbre est la moitié de 20 mètres, soit 10 mètres ; et pour cela il faut que le diamètre de cette circonférence soit à peu près les sept vingt-deuxièmes de 10 mètres, ou $3^m,18$. Et cette mesure acoustique du diamètre du cercle est encore indépendante de la distance du volant à l'observateur.

Et enfin, si l'observateur mesure, avec un instrument d'arpentage, le diamètre angulaire sous lequel il voit le diamètre du cercle, et s'il trouve que ce diamètre angulaire correspond à une distance 50 ou 60 fois plus grande que le diamètre linéaire vrai, il en conclut qu'il est éloigné du centre du cercle de 50 ou 60 fois le diamètre, c'est-à-dire de 159 mètres ou de $190^m,80$. Voilà donc une mesure acoustique de la distance, dont le degré de justesse dépend principalement de celui de notre connaissance de la vitesse du son, et du degré de sensibilité musicale de l'oreille de l'observateur.

Cette expérience serait très-facile ; elle permettrait même de mesurer la vitesse du son dans l'air et dans différents gaz à diverses températures, dans l'enceinte d'un laboratoire vu d'un peu loin. Seulement la limite des erreurs inévitables dépendrait toujours de la justesse musicale de l'oreille. Or à cet égard les musiciens les plus difficiles, les accordeurs les plus habiles, osent à peine répondre qu'ils ne se trompent pas d'un comma ; c'est-à-dire qu'ils distinguent bien difficilement lequel est le plus grave de deux sons dont les longueurs d'onde sont dans le rapport de 80 à 81. Au contraire, pour la lumière, l'analyse spec-

Digitized by Google

trale distingue très-nettement plusieurs dizaines de mille degrés (?) entre les extrémités rouge et violette du spectre solaire, quoique les longueurs des ondes lumineuses rouges et violettes ne diffèrent guère que comme 2 et 3, ce qui correspond en musique à l'intervalle nommé quinte.

Détermination spectroscopique de la réfraction stellaire. — La distance d'une étoile pouvant donc être mesurée par l'analyse spectrale sans le secours d'aucune parallaxe, et aussi indépendamment de la valeur de la réfraction stellaire, il suffira qu'on ait mesuré d'une part la distance d'une étoile double par l'analyse spectrale, ce qui nous donnera la parallaxe vraie, et d'autre part la parallaxe apparente, par les méthodes déjà connues ou par quelque autre méthode à découvrir. L'excès de la parallaxe vraie sur la parallaxe apparente sera la réfraction stellaire.

Par exemple on a trouvé que l'étoile α du Centaure a une parallaxe apparente d'une seconde d'angle, d'où l'on a conclu que cette étoile est à peu près 200,000 fois plus loin de nous que le Soleil. Mais (si je ne me trompe) cette étoile est double ; supposons que le plan des orbites des deux étoiles accouplées sous le nom de α Centaure fasse un petit angle avec le rayon visuel, et que l'analyse spectrale fixe dans quelques années sa vraie distance aux deux tiers seulement de la distance 200,000 déduite de la parallaxe apparente : on en conclura avec certitude que la lumière, en venant depuis α Centaure jusque près du Soleil, éprouve une réfraction d'un tiers de seconde, à l'entrée de la grande atmosphère circumsolaire. Dès lors, si on admet provisoirement que cette grande atmosphère est de figure sphérique, il faudra ajouter uniformément un tiers de seconde à toutes les parallaxes observées des autres étoiles. Notamment celles pour lesquelles les astronomes

Digitized by Google

ont trouvé des parallaxes négatives, qu'ils ne se soucient pas de laisser connaître par le public savant, auront des parallaxes possibles, pourvu que la grandeur négative tirée des observations de parallaxe soit inférieure en grandeur à la réfraction stellaire constatée par des mesures positives.

Forme vraie de la grande atmosphère circumsolaire. — Dans tout le cours de cette étude, nous avons raisonné constamment comme si la grande atmosphère circumsolaire devait être nécessairement sphérique et concentrique au Soleil. Or ce n'est là qu'une hypothèse, à peine admissible faute de moyens pour reconnaître la vraie forme de cette grande atmosphère, dont l'existence même n'est pas encore acceptée par la science. Il faut même avouer que, au point de vue théorique, le mécanisme auquel j'essaie d'attribuer la génération de cette atmosphère n'est pas tellement symétrique, que la forme sphérique doive en résulter nécessairement. Tout au plus pourrait-on présumer que la figure inconnue de cette atmosphère est révolutive autour de la trajectoire du système solaire, dirigée vers la constellation d'Hercule. Et au point de vue de l'expérience, si on suppose que la lumière zodiacale n'est autre chose que le reflet diffus des couches centrales de la grande atmosphère circumsolaire, alors la forme lenticulaire très-aplatie de cette nébulosité n'indique pas que la couche extérieure de l'atmosphère où se fait la réfraction stellaire soit exactement sphérique.

Mais, tant qu'on est borné à l'examen comparatif des parallaxes apparentes d'étoiles disséminées un peu partout sur la sphère céleste, et tant qu'on n'a que ces parallaxes apparentes pour établir l'existence conjecturale et une limite probable de cette réfraction, on se trouve réduit à en chercher une valeur moyenne unique. Et cependant on

Digitized by Google

ne peut contester que la réfraction stellaire peut avoir des valeurs inégales dans diverses régions du ciel, pour peu que la vaste atmosphère réfringente s'écarte de la figure sphérique.

Lorsqu'au contraire la réfraction stellaire sera déterminée par diverses étoiles doubles au moyen de l'analyse spectrale, chaque détermination semblable fera connaître la valeur particulière de cette réfraction dans la région céleste où se trouvera chacune des étoiles doubles ainsi employées. Il convient donc de prévoir dès à présent le cas où l'on obtiendra ainsi des valeurs inégales de cette réfraction dans diverses régions célestes. Les savants, disposés peut-être à pousser le doute à l'excès, pourront bien être tentés de faire de cette inégalité une objection d'une gravité plus apparente que solide. Il faudra répondre à cette objection que cette inégalité est expliquée d'avance. Lors donc qu'elle deviendra manifeste, au lieu d'en faire une objection redoutable contre la conception d'une grande atmosphère un peu réfringente, il faudra tâcher de multiplier les mesures locales de cette réfraction, dans le but d'examiner si cette inégalité se distribue sur la sphère céleste avec quelque régularité. Une des premières questions à examiner (quand le temps en sera venu) consistera probablement à classer ces diverses mesures de la réfraction stellaire suivant les distances angulaires du pole de translation du Soleil à chaque étoile double pour laquelle on aura déterminé cette réfraction. Car, si on s'aperçoit que la réfraction stellaire varie à peu près en fonction de cette distance angulaire, on en conclura que la grande atmosphère réfringente a une figure extérieure à peu près révolutive autour de la trajectoire du Soleil.

Et même il y a plus : on peut bien admettre, comme hautement probable, que la translation du système solaire est sensiblement uniforme et rectiligne pendant

Digitized by Google

quelques années ou pendant quelques siècles ; mais qu'en un grand nombre de siècles la trajectoire du Soleil à travers l'espace interstellaire est, ou du moins peut être sensiblement courbe. Or l'atmosphère circumsolaire actuelle doit être le produit d'actions du Soleil déjà très-anciennes ; si bien que, à ce point de vue, il faut comprendre que cette grande atmosphère peut être symétrique de part et d'autre du plan de la trajectoire solaire, si cette trajectoire est une ligne plane. Ainsi la figure de cette grande atmosphère pourrait bien être à peu près révolutive autour d'un axe, dirigé non pas suivant la tangente actuelle de la trajectoire solaire, mais autour d'un axe intermédiaire entre cette tangente et la corde qui joint la position actuelle du Soleil avec une de celles qu'il a occupées à une époque plus ou moins ancienne. En conséquence, si cet axe révolutif de l'atmosphère réfringente peut être un jour bien déterminé, et si alors on connaît bien la tangente à la trajectoire solaire, cette tangente et l'axe révolutif de l'atmosphère réfringente détermineront ensemble dans le ciel le plan de la trajectoire supposée plane, ou bien le plan osculateur de cette courbe si elle n'est pas plane. Mais ces choses sont encore tellement éloignées, qu'il est plus que suffisant, pour la science actuelle, de les indiquer simplement. Cette courte indication suffira amplement pour que les chercheurs aient le temps de résoudre dès aujourd'hui quelques-uns des problèmes qu'on peut entrevoir d'avance. Il est bon, je crois, que la théorie sache prévoir et décrire d'avance tout ou partie des phénomènes probables, d'abord pour n'en être pas trop surpris quand ces phénomènes deviendront perceptibles, et aussi pour savoir les découvrir dans la réalité physique, parce qu'on les aura prévus et cherchés.

Digitized by Google

NOTE TROISIÈME.

Apparence double d'une comète très-grande, traversée à la fois par le Soleil et par la Terre.

Formation de deux fausses comètes dans une grande nuée cosmique. — Nous allons montrer dans cette note comment le passage d'une énorme comète au travers du système solaire peut se manifester à nos yeux par l'apparition simultanée de *deux fausses comètes*, qui se dessineront sur la sphère céleste géocentrique suivant deux grands-cercles, ceux-ci passant l'un par le centre du Soleil et l'autre par le centre de la Terre. Il faut concevoir pour cela qu'une énorme nuée cosmique, d'un diamètre plus grand que celui de l'orbite terrestre, soit traversée par notre Soleil par l'effet de la translation du système solaire tout entier. On supposera, bien entendu, que les corpuscules pesants qui composent cette grande nuée cosmique sont trop petits et trop écartés les uns des autres, pour réfléchir vers nos yeux une proportion de lumière solaire appréciable à notre faible vue. Mais ces corpuscules, après leurs passages par leurs périhélies respectifs, iront tous croiser en amont du Soleil, l'axe de l'essaim (la ligne ST de notre figure 2). Ainsi le long de cet axe et à l'opposé du mouvement relatif de translation du Soleil, il s'opérera une très-grande condensation momentanée des corpuscules de la comète colossale. Ceux-ci ne feront que traverser la ligne de condensation, puis chacun d'eux poursuivra son mouvement

Digitized by Google

suivant son orbite indépendante. Mais néanmoins si la condensation momentanée est suffisante, elle produira un éclat lumineux sensible, qui présentera l'aspect d'une longue nuée lumineuse à peu près rectiligne. Cette lueur semblera fixe le long de l'axe de l'essaim; on pourra croire d'abord que c'est un corps réellement fixe dans le ciel, mais cette apparence ne sera qu'une pure illusion; car sa composition matérielle ne sera point identique à elle-même, la colonne lumineuse aux bords diffus étant continuellement alimentée par l'arrivée des corpuscules qui viennent croiser l'axe à divers points de rassemblement, et continuellement dissipée par la dispersion des mêmes corpuscules, qui poursuivent leurs orbites héliobariques respectives, après leurs passages respectifs aux rendez-vous échelonnées le long de l'axe. Telle sera l'apparence bizarre et inattendue d'un phénomène étrange, dû cependant au jeu régulier de la pesanteur newtonnienne. Je désigne d'avance ce phénomène curieux sous le nom de *Fausse Comète héliocentrique* (1); je la qualifie de fausse, parce que ce qu'on verra ne sera point un vrai corps matériel, matériellement identique à lui-même, mais une espèce singulière de *corps fictif*, résultant d'un rassemblement continu combiné avec une dispersion également continue d'une nuée de petits corps, invisibles pour nos yeux tant qu'ils demeurent trop disséminés. Je qualifie cette apparence d'héliocentrique, parce que son axe passe continuelle-

(1) Je regrette de n'avoir pas su construire une expression mieux appropriée que celle d'*héliocentrique :* car celle-ci, consacrée depuis longtemps par l'usage, signifie *concentrique au Soleil.* Ici j'aurais eu besoin de construire un véritable néologisme, pour qualifier une ligne, droite ou courbe, *passant par le centre du Soleil,* quoiqu'elle-même n'ait pas de centre propre.

Digitized by Google

ment par le centre du Soleil. Pour achever d'exprimer la loi simple de cette bizarre apparence, il faudrait ajouter que, pendant la durée de son apparition, son axe passera aussi par un point sensiblement fixe sur la sphère étoilée ; mais pour cela, il faudrait une dénomination un peu trop longue, comparable aux noms prodigieux construits par les chimistes qui essaient de systématiser leur nomenclature de la chimie organique. Je me bornerai à proposer un nom pour ce point fixe dans le ciel ; je le nommerai *antipole de la nuée cométaire :* c'est le point du ciel diamétralement opposé à celui où un observateur posté dans le Soleil aurait vu la grande nuée cométaire avant son entrée dans l'empire solaire (pourvu que sa vue fût assez perçante). Cet antipole peut aussi être défini comme le *point de fuite perspectif* vers lequel l'observateur solaire verrait converger les particules de la grande nuée, si la pesanteur solaire n'imprimait des courbures considérables à leurs orbites héliobariques.

Et, en même temps que la fausse comète héliocentrique, on verra peut-être, de la Terre, une deuxième fausse comète, formée de la même manière par le rassemblement continu et la dispersion continue des particules de la grande nuée cométaire en amont de la Terre ; cette deuxième apparence pourra se produire, pourvu qu'une partie de la grande nuée pénètre dans l'empire terrestre enclavé dans l'empire solaire. Cette deuxième apparence d'un corps matériel purement fictif devra prendre le nom de *Fausse Comète verticale ;* on la qualifiera verticale, parce que son axe passera constamment par le centre de la Terre, foyer commun des hyperboles géobariques décrites par la foule des astéroïdes qui traverseront l'empire terrestre. Chaque observateur qui verra cette fausse comète pourra la dégauchir avec un fil à plomb. Et ce fil à plomb tracera sur la sphère céleste géocentrique un grand-cercle vertical mo-

Digitized by Google

bile, passant continuellement par le pole de convergence de l'axe de l'Essaim.

Rappel de la grande pluie d'étoiles filantes du 27 novembre 1872. — Aussitôt après la brillante apparition du 27 novembre 1872, une foule d'amateurs signalèrent ce qu'ils appelaient les *points radiants* de divers groupes de ces météores. Et les détails donnés par la plupart de ces messieurs prouvèrent qu'ils s'étaient entièrement mépris sur ce qu'on entend en astronomie par cette expression de point radiant. Supposons par exemple qu'un groupe nombreux d'étoiles filantes paraisse dans le ciel dans une enceinte de quelques degrés autour du zénith personnel d'un de ces observateurs, et que ces étoiles filantes tracent toutes, à partir des points où elles ont commencé respectivement à briller, de petits arcs dirigés uniformément de l'Est à l'Ouest : dans un tel cas, les astronomes diront que ce groupe d'étoiles filantes avait son point radiant à l'horizon et à l'Est ; car, pour trouver le point qu'ils nomment le radiant, il faut prolonger la courbe apparente décrite par chaque étoile filante *à rebours* de son mouvement apparent, et chercher sur la sphère céleste le point d'où partent tous ces prolongements ; je préférerais nommer ce point de concours *pole de divergence* (ou pour abréger *le divergent*) de ce groupe d'étoiles apparues autour du zénith de l'observateur; et, en prolongeant les mêmes trajectoires apparentes des astéroïdes dans le sens même de leur mouvement, on trouverait leur point de concours sur le ciel à l'horizon et à l'Ouest ; il conviendrait de le nommer *pole de convergence* (ou pour abréger *le convergent*) du groupe d'astéroïdes. Ces dénominations de deux points du ciel diamétralement opposés ne risqueraient pas d'être confondues par un public nombreux avec une toute autre chose, ainsi qu'il est arrivé pour la dénomination de point

Digitized by Google

radiant. En effet les amateurs dont je rappelle l'erreur ont cru qu'on appelait point radiant d'un groupe d'étoiles filantes un point moyen, comme un centre de gravité, des points où les astéroïdes du groupe ont commencé à briller. Et la preuve certaine que ces messieurs avaient compris ainsi par erreur la dénomination qu'ils employaient, c'est que, dans le cas spécial que nous examinons ici, ils ne manquaient pas de dire que ce groupe d'étoiles filantes avait son radiant au zénith. Ce n'est donc pas une petite erreur indifférente, de déplacer le point qu'on veut désigner d'un quart de grand-cercle de la sphère céleste, comme d'un point de l'horizon au zénith.

C'est à cette occasion que j'essayai d'examiner si un essaim d astéroïdes qui se manifeste à nous par une apparition de nombreuses étoiles filantes pourrait produire dans le ciel quelque autre apparence lumineuse sensible à nos yeux. Cette recherche m'était très-facile, à l'aide la figure 2 du présent mémoire, figure que j'avais dessinée depuis plus de vingt ans. J'en fis l'objet d'une note qui a été insérée dans le Bulletin de notre Société (3e série, t. V, p. 6), avec une figure qui n'est qu'un extrait de la figure 2 du présent mémoire, reproduit par le calcage en deux positions symétriques, avec l'addition d'une coupe d'une planète entourée d'une atmosphère, et l'indication de l'apparence qui peut résulter de la pesanteur vers cette planète.

Quelles peuvent être les dimensions des noyaux des comètes? On sait que l'essaim d'étoiles filantes qui reparaît plus ou moins abondant vers le 13 novembre de chaque année n'est autre chose qu'une comète, recrutée pour le système solaire vers l'an 212 dans son passage près d'Uranus (suivant Le Verrier); les innombrables petits corps pesants composant cet essaim décrivent, dans le système

Digitized by Google

solaire, une sorte d'écheveau d'orbites elliptiques presque identiques ; cet essaim est en réalité un noyau de comète, disséminé dans un espace beaucoup plus gros que la Terre elle-même, et chaque année la Terre passe au travers de cette nuée. Or elle traverse la nuée depuis le 11 ou le 12 novembre jusque après le 14 et même le 15 du même mois, soit pendant quatre ou cinq jours. Les dimensions propres de la nuée sont donc peut-être égales à l'arc de l'orbite terrestre parcouru par la Terre en quatre ou cinq jours. C'est à peu près un soixante-dixième de l'orbite entière, ou près d'un neuvième de la distance de la Terre au Soleil. Cet aperçu montre l'énormité du volume de ce noyau de comète.

Et l'essaim extraordinaire du 27 novembre 1872 a été vu réellement au moins pendant trois nuits consécutives; il est probable qu'à cette époque notre planète a passé au travers d'une nuée cométaire, et que ce passage a duré au moins trois ou quatre jours.

A ces indications, si on ajoute les grands diamètres apparents des têtes des comètes qui se montrent isolément, on sera fondé à conclure que les noyaux des comètes ont souvent des dimensions bien plus grandes que le diamètre de l'orbite lunaire.

On trouvera peut-être un peu hasardée la conjecture de l'existence de nuées cométaires encore beaucoup plus grandes, dépassant, par exemple, la distance de la Terre au Soleil. Il ne faut pas s'effaroucher trop vite de telles hypothèses. Il vaut mieux, je crois, réfléchir que les essaims d'étoiles filantes, qui certainement existent depuis la plus haute antiquité, ont été longtemps inaperçus ; mais, dès que la science a commencé à reconnaître d'abord leur existence, puis à en apercevoir quelques lois, les observateurs en ont reconnu un grand nombre en peu d'années. C'est ainsi que, bien souvent, des phénomènes très-

Digitized by Google

remarquables sont demeurés, quoique sensibles, inaperçus pendant des siècles, simplement parce qu'on ne les attendait pas; tandis qu'ensuite, dès que le phénomène a été aperçu et bien décrit une seule fois, on l'a remarqué fréquemment. Par exemple, dans l'antiquité et pendant tout le moyen âge, les chroniqueurs ont raconté maintes fois des apparitions lumineuses dans le ciel, avec des détails tellement exagérés, que les savants, justement méfiants des imaginations populaires, étaient peu disposés à accorder la moindre réalité à ces récits merveilleux; mais dès qu'on a donné quelque attention aux descriptions d'aurores boréales par les habitants du nord de l'Europe, ceux de l'Europe centrale et méridionale n'ont pas tardé à en reconnaître chez eux; et dès lors aussi les descriptions prodigieuses consignées dans les anciennes chroniques ont dû passer pour véridiques, sauf correction d'exagérations manifestes. On pourrait trouver, dans l'histoire des sciences, de nombreux exemples analogues; nous n'en citerons qu'un seul, parce qu'il paraît se rattacher à la réalité des fausses comètes héliocentriques.

Gloires solaires, vues pendant la totalité des éclipses totales de Soleil. — Si mes souvenirs ne me trompent pas, c'est pendant l'éclipse totale de Soleil de 1843, que pour la première fois les observateurs signalèrent dans le ciel, autour du disque du Soleil entièrement caché par la Lune, des espèces de couronnes lumineuses, ressemblant quelque peu aux rayons massifs en orfévrerie qui décorent les ostensoirs, avec cette différence que ces gerbes lumineuses, au lieu d'être composées de barres solides tranchées brusquement au bout de chaque traînée brillante, se fondaient insensiblement avec la teinte sombre du ciel. Cette apparence fut désignée alors sous le nom de *gloire*, et si j'ai bonne mémoire, personne à cette

Digitized by Google

époque ne rappela que semblable apparence eût été remarquée antérieurement, et consignée par écrit. Au contraire, depuis 1843, à toutes les éclipses totales de Soleil, on a revu ces gloires. D'où il suit que le phénomène est permanent, qu'il existait avant 1843, qu'il a existé dès la plus haute antiquité, qu'il continue de subsister, probablement sans interruption, et que l'imperfection seule de notre vue nous empêche de voir ce brillant phénomène chaque jour de beau temps, sans éclipse de Soleil.

Autant qu'on peut se fier aux dessins nombreux de ces gloires, publiés à la suite de chaque éclipse totale de Soleil depuis 1843, ce brillant phénomène présente des caractères permanents. Que l'on imagine plusieurs faisceaux de courbes lumineuses partant du contour du disque du Soleil, les courbes d'un même faisceau occupant ensemble un arc considérable du pourtour, quelquefois plus d'un quart de cercle; ces courbes sont dirigées, auprès du bord du disque solaire, non pas normalement au contour lui-même, mais à peu près parallèlement entre elles. Plus loin elles tournent leur concavité vers celle du milieu du faisceau, qui seule se présente sous la forme d'une ligne droite. Ensuite les diverses lignes d'un même faisceau diminuent d'éclat en s'éloignant du centre et disparaissent peu à peu, leurs extrémités apparentes étant rangées suivant des courbes étalées, à peu près comme les bords des pétales d'une fleur colossale, quatre ou cinq fois plus large que le globe même du Soleil. J'ajouterai même, pour mnémoniser ces figures, que leur forme rappelle celle d'une fleur à quatre pétales, comme celles des choux, des raves et des coquelicots.

Il me semble que cette disposition peut s'expliquer, en admettant que chaque lobe de ces gloires est dû à la présence d'une grande comète, beaucoup plus grosse que le Soleil lui-même, qui passe autour de cet astre pendant

Digitized by Google

longtemps, quoique nous ne puissions la voir que pendant la courte durée d'une éclipse totale de Soleil. Cette hypothèse a même été déjà proposée, dans la Revue *Les Mondes* de M. l'abbé Moigno, par un savant dont je regrette d'avoir oublié le nom (c'est un effet fâcheux de mon âge). Mais, à l'hypothèse présentée dans *Les Mondes*, je pense qu'il convient d'ajouter quelques détails un peu inattendus.

Ainsi je présume d'abord que les diverses traînées lumineuses d'un même faisceau ne doivent pas être considérées comme les trajectoires communes d'autant de groupes de particules de la comète, mais comme de simples lignes de condensation, le long desquelles sont rangés des points de passage où les particules cométaires viennent se croiser. Chacune de ces traînées lumineuses serait alors considérée comme un exemple des fausses comètes héliocentriques que je viens de décrire théoriquement. Il faudrait seulement modifier quelque peu cette théorie, de manière à trouver l'explication de leur courbure. De plus, il faut concevoir qu'il existe dans le ciel certaines nuées cosmiques composées chacune d'une multitude de nuées partielles, chacune de celles-ci étant elle-même composée d'une multitude innombrable de parcelles pesantes toutes minimes ; une telle nuée serait quelque chose comme certains nuages floconneux qui se montrent souvent dans notre atmosphère. Et ensuite, quand les mouvements propres de translation du Soleil et d'une de ces grandes nuées viennent à les rapprocher, le Soleil passe à travers la grande nuée, en faisant décrire autour de lui-même comme foyer un arc d'hyperbole héliobarique indépendante à chaque particule pesante de chaque flocon du nuage cosmique. Après avoir passé à leurs périhélies respectifs, ces particules pesantes se rassemblent pour un seul instant en fausse comète héliocentrique, pour se dis-

Digitized by Google

siper ensuite pour toujours ; et ce sont les lignes de rassemblement transitoire qui forment les courbes brillantes des gloires, visibles seulement pendant la courte durée de la totalité dans chaque éclipse totale de Soleil.

Si maintenant on se rappelle que tous ces dessins de gloires solaires montrent toujours au moins trois ou quatre groupes de ces courbes lumineuses, on sera obligé de conclure que le passage du Soleil au travers d'immenses comètes très-diffuses est un cas tellement fréquent, qu'il y a constamment au moins trois ou quatre de ces phénomènes en train de s'opérer simultanément dans autant de groupes de directions. Sans doute dans le nombre des particules pesantes qui viennent ainsi passer près du Soleil, il doit s'en trouver beaucoup qui se font vaporiser entièrement à leur périhélie ; celles-ci vont alimenter d'abord la nébulosité connue sous le nom de lumière zodiacale, nébulosité qui s'étend sans doute au moins jusqu'à l'orbite terrestre, et de plus le prolongement de cette nébulosité jusqu'à la limite de la grande atmosphère circumsolaire.

Il faut donc reconnaître que, pour alimenter cette grande atmosphère, l'hypothèse n'est pas bornée au passage des quelques comètes que nos astronomes voient passer chaque année, mais qu'il faut y ajouter une multitude d'autres comètes que le Soleil traverse continuellement, qui forment ces gloires brillantes aperçues pendant chaque éclipse totale de Soleil, et qui existent en réalité sans interruption, non pas seulement depuis 1843, mais bien depuis les temps fabuleux et préhistoriques. Et enfin, si on réunit par la pensée d'abord les deux ou trois comètes au moins que les astronomes modernes voient chaque année (et depuis nombre d'années) ; puis toutes celles qui passent continuellement assez près du Soleil pour s'y faire vaporiser et alimenter les Gloires ; puis enfin toutes les

Digitized by Google

comètes certainement beaucoup plus nombreuses dont la distance périhélie s'élève à plusieurs fois la distance périhélie de la Terre ; si, dis-je, on essaie de se rendre compte, par un simple aperçu, très-largement approximatif, du nombre considérable de comètes qui, en réalité, traversent chaque année le système solaire ; il me semble qu'il y a là de quoi alimenter amplement la grande atmosphère circumsolaire un peu réfringente. Ce résultat paraît même tellement probable, dès qu'on commence d'en évaluer la cause, qu'il devrait être admis comme à peu près certain, même avant que les astronomes observateurs se fussent heurtés contre l'obstacle des parallaxes apparentes négatives. Je crois donc que ces laborieux observateurs pêcheraient contre la logique spéciale des inventeurs, s'ils persistaient à voir un obstacle dans un résultat d'observation qui s'explique naturellement, et dont l'explication constitue même une découverte, que j'ose qualifier d'intéressante.

Digitized by Google

TABLE.

ÉTUDE SUR LES ORBITES HYPERBOLIQUES.

AVERTISSEMENT.

PRÉAMBULE.

Pages.

§ 1. Opportunité de cette étude..... 2

CHAPITRE Ier.

RELATIONS ENTRE LES ÉLÉMENTS D'UNE ORBITE HYPERBOLIQUE.

2. Nomenclature et notation..... 4
3. Propriété géométrique des hyperboles..... 5
4. Propriété tirée de la loi des aires.... 5
5. Propriété des carrés des vitesses..... 6
6. Digression sur les orbites de répulsion..... 7
7. Calcul de la vitesse à l'asymptote de 14 comètes du catalogue d'Encke..... 8
8. Relation entre l'axe focal et la vitesse à l'asymptote.. 9

CHAPITRE II.

SYSTÈME DES ORBITES HYPERBOLIQUES DES PARTICULES D'UNE COMÈTE SANS VITESSE INITIALE ABSOLUE.

9. Gerbe d'orbites hyperboliques..... 10
10. Application de la Gerbe à l'expansion des queues des comètes 14

Digitized by Google

CHAPITRE III.

DE LA RÉFRACTION STELLAIRE.

Pages.

§ 11. Dissémination illimitée des particules des comètes.. 17
12. Formation d'une grande atmosphère circumsolaire... 18
13. Explication des parallaxes négatives de quelques étoiles... 21

CHAPITRE IV.

SYSTÈME DES ORBITES DES PARTICULES D'UNE MÊME COMÈTE, AVEC VITESSE INITIALE QUELCONQUE.

14. Explication de l'ellipticité de quelques orbites de comètes 29
15. Gerbes d'orbites hyperboliques avec vitesse absolue initiale..... 32
16. Vitesses finales des comètes qui traversent le système solaire 33
17. Effet général du passage du Soleil sur des comètes sans vitesse initiale..... 35

CHAPITRE V.

PASSAGE D'UNE COMÈTE A TRAVERS LES EMPIRES DE PLUSIEURS ASTRES.

18. Enchaînement d'une suite d'orbites hétérobariques... 38
19. Empires enclavés et leurs frontières..... 40
20. Enchaînement de trois orbites hétérobariques..... 43
21. Diversité des points radiants dans un essaim de bolides 45

CHAPITRE VI.

DIRECTION ET VITESSE DU MOUVEMENT PROPRE DU SOLEIL. SILLAGE COMÉTAIRE.

22. Détermination de la translation du Soleil 48
23. Méthode mixte pour composer la résultante de plusieurs vitesses aux premières asymptotes 50

Digitized by Google

NOTE PREMIÈRE.

COURBE-ENVELOPPE D'UNE SÉRIE DE CONIQUES, § 9.

Pages.
Problème, — Solution, — Démonstration..... 57 et 58
Application de ce théorème aux effets d'une explosion..... 60

NOTE DEUXIÈME.

APPLICATION DE LA SPECTROSCOPIE A LA RÉFRACTION STELLAIRE.

Persistance du doute sur la réfraction stellaire..... 63
Découverte récente de la mesure spectroscopique de la vitesse d'une étoile suivant le rayon visuel..... 65
Mesure spectroscopique de la distance d'une étoile double.. 67
Expérience acoustique similaire..... 75
Détermination spectroscopique de la réfraction stellaire... 78
Forme vraie de la grande atmosphère circumsolaire..... 79

NOTE TROISIÈME.

APPARENCE DOUBLE D'UNE COMÈTE TRÈS-GRANDE TRAVERSÉE A LA FOIS PAR LE SOLEIL ET PAR LA TERRE.

Formation de deux fausses Comètes dans une grande nuée cosmique..... 82
Rappel de la grande pluie d'étoiles filantes du 27 novembre 1872..... 85
Quelles peuvent être les dimensions des noyaux des comètes ?..... 86
Gloires solaires, vues pendant la totalité des éclipses totales de Soleil..... 88

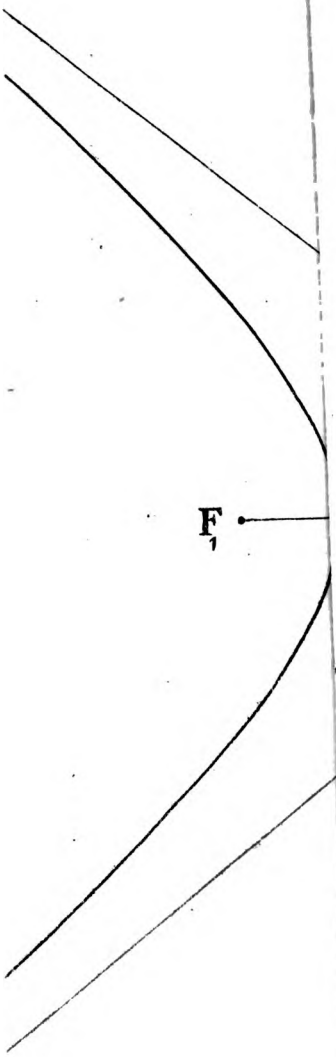
Digitized by Google

TABLE DES FIGURES.

		Planches.
Figure 1.	Propriété géométrique des hyperboles.....	1
— 2.	Gerbe d'orbites hyperboliques..	2
— 3.	Vitesses initiales et finales des comètes étrangères au système solaire.....	1
— 4.	Vitesses finales des comètes étrangères sans vitesse initiale.....	1
— 5.	Empire d'une planète enclavé dans l'empire solaire	1
— 6.	Théorème sur l'enveloppe d'une certaine série d'ellipses.....	1
— 7.	Même théorème pour une série d'hyperboles....	3
— 8.	Même théorème pour une autre série d'hyperboles	3
— 9.	Orbite d'une composante d'étoile double en perspective	3
— 10.	Comment la spectroscopie résout une ambiguïté signalée par John Herschel comme insoluble..	3
— 11.	Orbites circulaires des deux composantes d'une étoile double, projetées sur deux ellipses semblables et concentriques.....	3
— 12.	Quatre normales à une ellipse issues d'un point..	3

FIN DE LA TABLE.

Digitized by Google



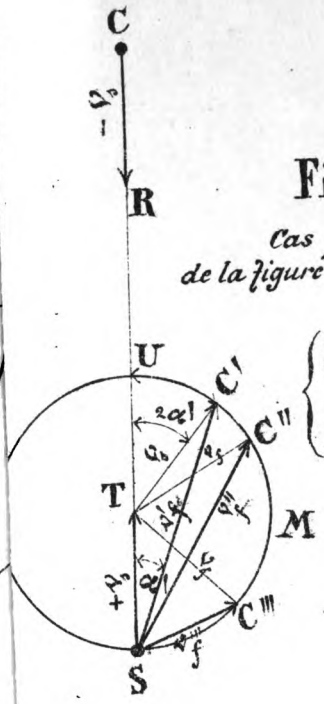


Fig. 4.

Cas particulier de la figure 3, dans lequel $v_0 = 0$

$$\left\{ SC' = v'_f = 2 v_f \cos \alpha \right\}$$

Fig. 5.

Empire d'une planète B *enclavé dans celui de son soleil* A

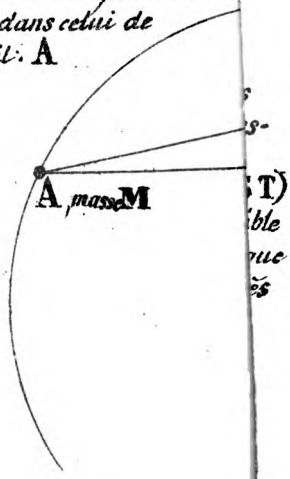
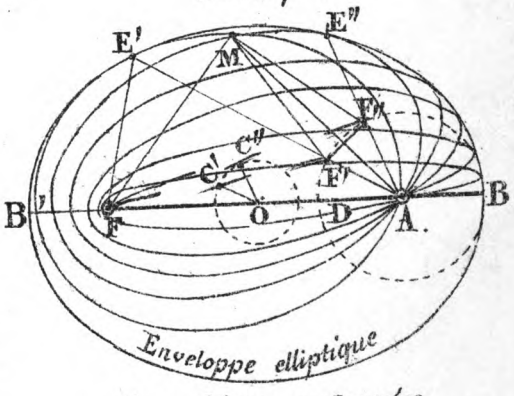


Fig. 6.

Théorème sur l'enveloppe d'une série de Coniques



1er cas, ellipses enveloppées par une ellipse.

Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 2.

rbe d'Orbites hyperboliques

es autour du Soleil comme foyer, par des Comètes
s primitivement à l'infini sans vitesse initiale, à
es distances de la trajectoire rectiligne que le Soleil
pposé décrire avec une vitesse uniforme V.

Ces hyperboles ont leurs premières asymptotes
llèles, le foyer S commun, les axes focaux égaux,
il suit que leurs secondes branches sont enveloppées
ne parabole ayant son foyer en S.

Lorsque ces Comètes, encore à l'infini en avant
ouvement du Soleil, sont encore dans leur repos
l, leur vitesse relative, rapportée au Soleil, considéré
ne fixe, est égale, parallèle et contraire à la vitesse
anslation du Soleil. Telle est la vitesse à l'asymp-
commune à toutes les orbites héliobariques de la
.

L'égalité de vitesse à l'asymptote entraîne l'éga-
de vitesse à une distance quelconque du Soleil, et
suite l'égalité des axes focaux.

---

h. Breton inv.t del.t

---

che de l'hyperbole N.° 5.

Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 7.

Enveloppe d'une certaine série d'hyperboles

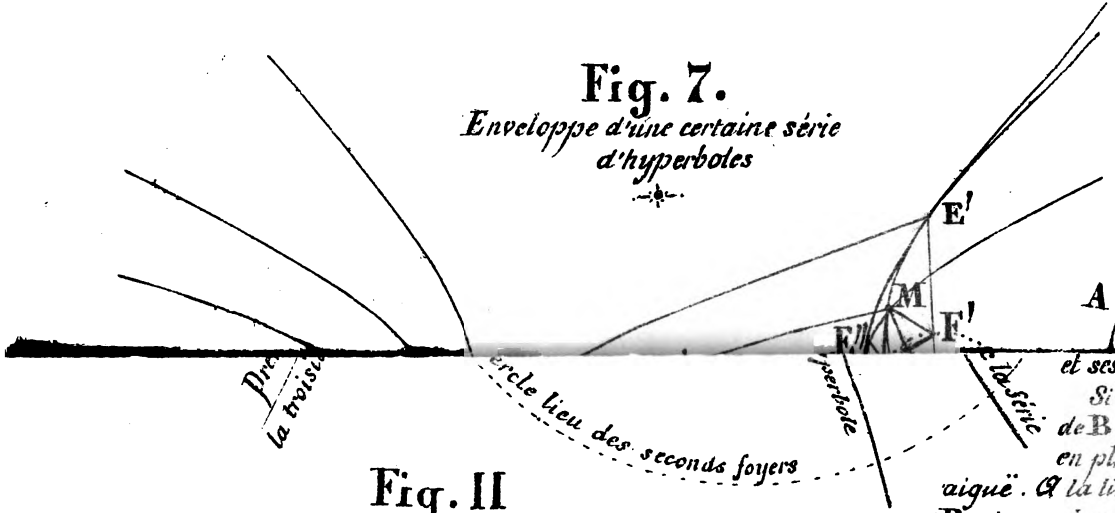
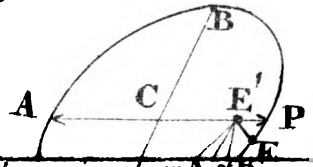


Fig. 9.



et ses sommets en **A** et **B**.

Si le second foyer se rapproche indéfiniment de **B**, la première branche se replie de plus en plus autour de **F** et l'hyperbole devient aiguë. A la limite, quand le second foyer vient en **B**, chaque branche est repliée sur elle-même en ligne droite; elles occupent les deux prolongements infinis de **BF**

Fig. 12.

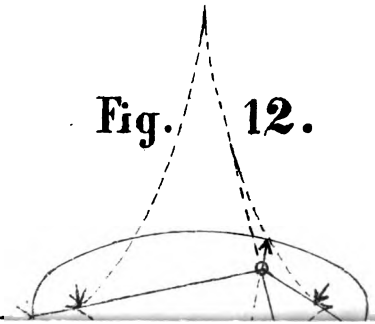
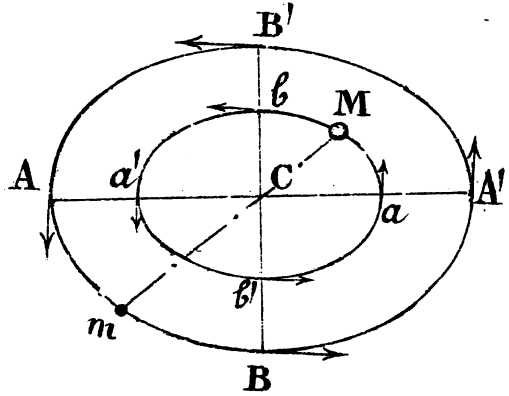


Fig. II



Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

QB355 .B84
Etude sur les orbites hyperboliques
Wolbach Library ARS6436
3 2044 027 939 198

Digitized by Google

32044027939198

Digitized by Google